L'equilibrio competitivo in contesti asimmetrici

Quando i competitors hanno potenzialità diverse nei ricavi

ECO SPORT 2022/2023 – Lezione del 22 marzo 2023

Come cambia il modello

Hp: il *competitor A* è più «grande» del *competitor B*

$$\pi_A = p_A(x_i; x_B) \cdot \sigma Z - c \cdot x_A, \qquad \sigma > 1 \qquad (1)$$

$$\pi_B = p_B(x_i; x_B) \cdot Z - c \cdot x_B, \qquad (2)$$

Le condizioni del primo ordine

$$\frac{d\pi_A}{dx_A} = 0 \rightarrow \frac{dp_A(x_A;x_B)}{dx_A} \cdot \sigma Z - c = 0 \rightarrow \frac{\gamma \cdot x_A^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_A^{\gamma-1} x_A^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot \sigma Z = c, \tag{3}$$

$$\frac{d\pi_B}{dx_B} = 0 \rightarrow \frac{dp_B(x_A;x_B)}{dx_B} \cdot Z - c = 0 \rightarrow \frac{\gamma \cdot x_B^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_B^{\gamma-1} x_B^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot Z = c. \tag{4}$$

$$\frac{\gamma \cdot x_A^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_A^{\gamma-1} x_A^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot \sigma Z = \frac{\gamma \cdot x_B^{\gamma-1} \cdot (x_A^\gamma + x_B^\gamma) - \gamma \cdot x_B^{\gamma-1} x_B^\gamma}{(x_A^\gamma + x_B^\gamma)^2} \cdot Z,$$

$$x_A^{\gamma-1} \cdot x_B^\gamma \cdot \sigma = x_B^{\gamma-1} \cdot x_A^\gamma \longrightarrow \frac{\sigma}{x_A} = \frac{1}{x_B},$$

$x_A = \sigma \cdot x_B$ oppure $x_B = \frac{1}{\sigma} \cdot x_A$

Le soluzioni per i due competitors

Sostituisco ad x_B nella CPO (3) con la relazione ottimale

$$\frac{\gamma \cdot x_A^{\gamma-1} \cdot \left[x_A^\gamma + \left(\frac{x_A}{\sigma}\right)^\gamma\right] - \gamma \cdot x_A^{\gamma-1} x_A^\gamma}{\left[x_A^\gamma + \left(\frac{x_A}{\sigma}\right)^\gamma\right]^2} \cdot \sigma Z = c,$$

$$x_A' = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}, \qquad x_B' = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}.$$

$$\frac{x_A'}{x_B'} = \frac{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}}{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}} \rightarrow \frac{x_A'}{x_B'} = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma} \rightarrow \frac{x_A'}{x_B'} = \sigma > 1$$

Confronto tra soluzioni per contesti simmetrici e asimmetrici: *competitor A*

$$\frac{x_A^*}{x_A'} = \frac{\frac{\gamma \cdot Z}{4 \cdot c}}{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}},$$

Che semplificata diventa

$$\frac{x_A^*}{x_A'} = \frac{(1+\sigma^\gamma)^2}{4 \cdot (\sigma^{\gamma+1})},$$

Per $\sigma \to 1^+$ $\quad \frac{x_A^*}{x_A'} = 1 \longrightarrow x_A^* = x_A'$

Per $\sigma \to \infty$ $\quad \frac{x_A^*}{x_A'} \to 0 \longrightarrow x_A^* < x_A'$

In contesti asimmetrici l'*effort* del competitor con ricavo più alto è maggiore rispetto a quello che si avrebbe in un contesto simmetrico

Confronto tra soluzioni per contesti simmetrici e asimmetrici: *competitor B*

$$\frac{x_B^*}{x_B'} = \frac{\frac{\gamma \cdot Z}{4 \cdot c}}{\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^\gamma}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}},$$

Che semplificata diventa

$$\frac{x_B^*}{x_B'} = \frac{(1+\sigma^\gamma)^2}{4 \cdot \sigma^\gamma},$$

Per $\sigma \to 1^+$ $\quad \frac{x_B^*}{x_B'} = 1 \longrightarrow x_B^* = x_B'$

Per $\sigma \to \infty$ $\quad \frac{x_B^*}{x_B'} \to \infty \longrightarrow x_B^* > x_B'$

In contesti asimmetrici l'*effort* del competitor con ricavo più basso è minore rispetto a quello che si avrebbe in un contesto simmetrico

Analisi di statica comparata (1): *Competitor A*

$$x'_A = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1+\sigma^{\gamma})^2} \qquad\qquad x'_A = f(\gamma, Z, c, \sigma)$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial \sigma} = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma}}{c \cdot (1+\sigma^{\gamma})^3} \cdot [1 + \gamma + \sigma^{\gamma} \cdot (1-\gamma)] > 0,$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial \gamma} = \frac{Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1+\sigma^{\gamma})^3} \cdot \left[1 + \gamma \cdot ln(\sigma) + \sigma^{\gamma}\left(1 - \gamma \cdot ln(\sigma)\right)\right] \lesseqgtr 0,$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial Z} = \frac{\gamma \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (\sigma^{\gamma}+1)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial x'_A}{\partial c} = -\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c^2 \cdot (\sigma^{\gamma}+1)^2} < 0.$$

Analisi di statica comparata (2): *Competitor B*

$$x'_B = \frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma}}{c \cdot (1+\sigma^{\gamma})^2} \qquad\qquad x'_B = g(\gamma, Z, c, \sigma)$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial \sigma} = \frac{\gamma^2 \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma-1} \cdot (1-\sigma^{\gamma})}{c \cdot (\sigma^{\gamma}+1)^3} < 0,$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial \gamma} = \frac{Z \cdot \sigma^{\gamma}}{c \cdot (1+\sigma^{\gamma})^3} \cdot \left[1 + \gamma \cdot ln(\sigma) + \sigma^{\gamma}\left(1 - \gamma \cdot ln(\sigma)\right)\right] \underset{>}{\overset{<}{=}} 0,$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial Z} = \frac{\gamma \cdot \sigma^{\gamma}}{c \cdot (\sigma^{\gamma}+1)^2} > 0,$$

$$\frac{\partial x'_B}{\partial c} = -\frac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma}}{c^2 \cdot (\sigma^{\gamma}+1)^2} < 0.$$

Riassumendo:

$$x'_A = f(\overset{?}{\gamma}, \overset{+}{Z}, \overset{-}{c}, \overset{+}{\sigma})$$

$$x'_B = g(\overset{?}{\gamma}, \overset{+}{Z}, \overset{-}{c}, \overset{-}{\sigma})$$

Cosa succede in termini di EC?

$$EC' \equiv \frac{p'_A}{p'_B} = \frac{(x'_A)^\gamma \Big/ \left[(x'_A)^\gamma + (x'_B)^\gamma\right]}{(x'_B)^\gamma \Big/ \left[(x'_A)^\gamma + (x'_B)^\gamma\right]},$$

$$EC' \equiv \frac{p'_A}{p'_B} = \frac{(x'_A)^\gamma}{(x'_B)^\gamma}.$$

$$EC' = \frac{\left[\dfrac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}\right]^\gamma}{\left[\dfrac{\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma}}{c \cdot (1+\sigma^\gamma)^2}\right]^\gamma} \longrightarrow EC' = \frac{[\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma+1}]^\gamma}{[\gamma \cdot Z \cdot \sigma^{\gamma}]^\gamma}$$

$$EC' = \sigma^\gamma$$

La statica comparata dell'EC

$$\frac{\partial EC'}{\partial \sigma} = \gamma \cdot \sigma^{\gamma-1} > 0,$$

$$\frac{\partial EC'}{\partial \gamma} = \sigma^{\gamma} \cdot ln(\sigma) > 0.$$

Asimmetrie dal lato dei costi:

Hp: il *competitor A* ha costi maggiori del *competitor B*

$$\pi_A = p_A(x_i; x_B) \cdot Z - \sigma \cdot c \cdot x_A, \qquad \sigma > 1$$

$$\pi_B = p_B(x_i; x_B) \cdot Z - c \cdot x_B,$$

Con lo sviluppo che ne segue e relative analisi