Lezione 3 31/102024

giovedì 31 ottobre 2024 14:09

Lezione #3

31/10/2024

Moto unif. acc. in 2D:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $\vec{a}$ = acc. gravità

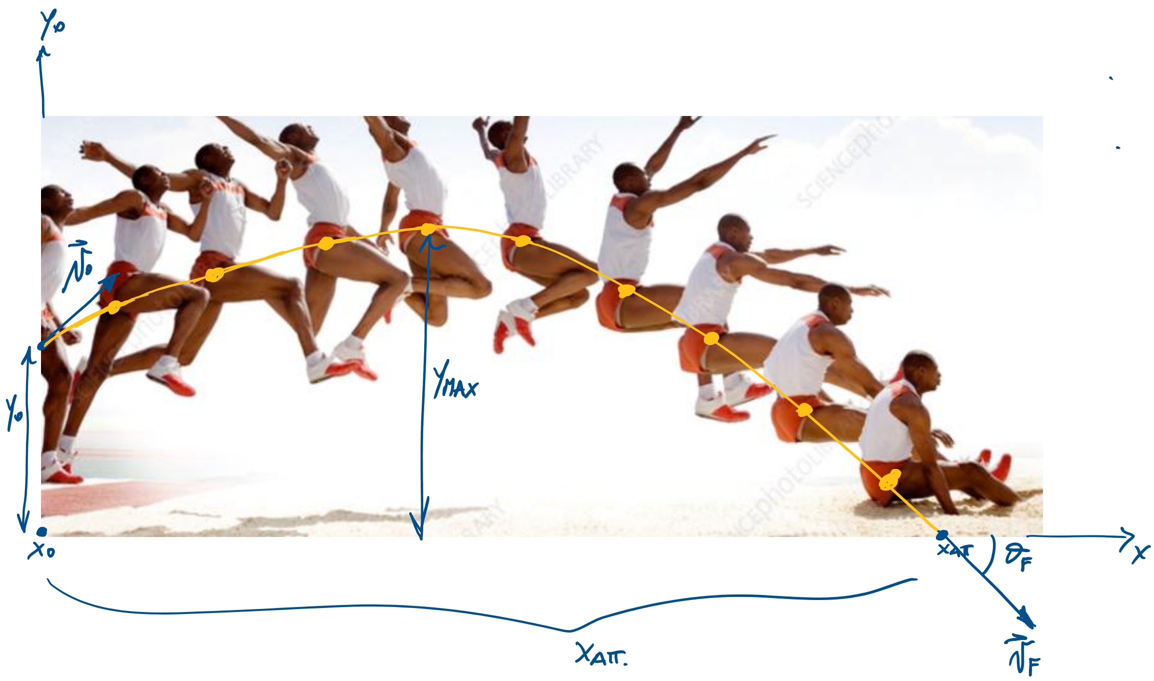
$\vec{a} = (0; -g)$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

moto in caduta libera in 2D

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} \\ v_{Fy} = v_{0y} - g t \end{cases}$$



Si tratta di un moto parabolico la cui componente x è rettilinea uniforme $\Rightarrow \boxed{v_x = cost.}$ $v_{Fx} = v_{0x}$

Esercizio:

A capodanno 2007 lo stuntman Robbie Madison tentò di stabilire un nuovo record a Las Vegas cercando di superare una replica dell'Arco Di Trionfo alta 18 m. Sapendo che si lanciò con una velocità iniziale pari a v0 = 90 km/h da una rampa alta y0 = 3 m e inclinata con un angolo θ_0 = 45°, calcolare:

1. Altezza massima raggiunta. Riesce a superare l'Arco?
2. La distanza di atterraggio
3. Il modulo, direzione e verso della sua velocità finale (all'atterraggio)

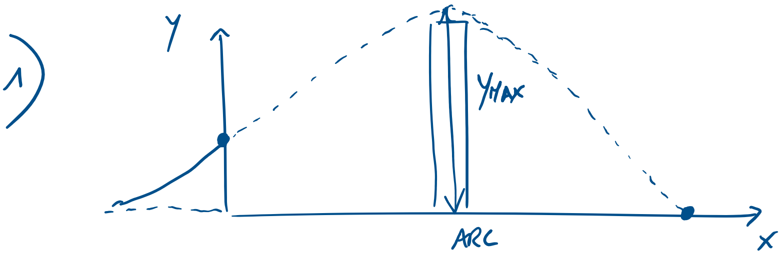
(Lo stesso Madison nell'impatto col terreno, si lacerò la mano tra pollice e indice e dichiarò che non avrebbe

A capodanno 2007 lo stuntman Robbie Madison tentò di stabilire un nuovo record a Las Vegas cercando di superare una replica dell'Arco Di Trionfo alta 18 m. Sapendo che si lanciò con una velocità iniziale pari a v0 = 90 km/h da una rampa alta y0 = 3 m e inclinata con un angolo θ_0 = 45°, calcolare:

1. Altezza massima raggiunta. Riesce a superare l'Arco?
2. La distanza di atterraggio
3. Il modulo, direzione e verso della sua velocità finale (all'atterraggio)

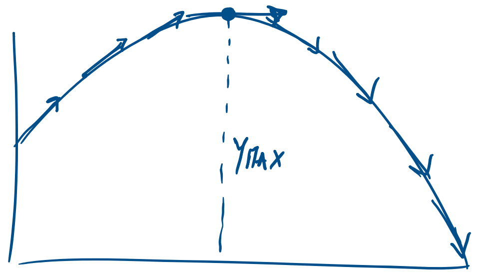
(Lo stesso Madison nell'impatto col terreno, si lacerò la mano tra pollice e indice e dichiarò che non avrebbe mai ripetuto tale impresa neppure per 10 milioni di dollari)

1)



$y_{MAX} \geq 18\ m$?

y_{MAX} è il p.to in cui:



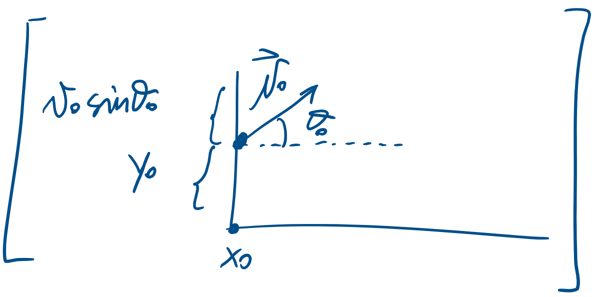
$v_y = 0$

Quindi imponiamo $v_y = 0 \Rightarrow t_{MAX} \Rightarrow y(t_{MAX}) \Rightarrow y_{MAX}$

$$v_y = v_{0y} - gt \quad \text{se } v_y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = v_{0y} - g\,t_{MAX}$$

$$g\,t_{MAX} = v_{0y}$$

$$t_{MAX} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$



$$v_0 = 90\ \frac{km}{\ } = 90\ \frac{10^3\ m}{\ } = 25\ m/s$$

$$v_0 = 90\ \frac{km}{h} = 90\ \frac{\cancel{10^3}\ m}{3{,}6\ \cancel{10^3}\ s} = 25\ m/s$$

$$t_{MAX} = \frac{25 \cdot \sin(45°)}{9{,}81} = 1{,}802\ s$$

Sostituisco t_{MAX} in y:

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y_{MAX} = y_0 + v_{0y} t_{MAX} - \frac{1}{2} g t_{MAX}^2$$

$$t_{MAX} = \frac{v_{0y}}{g} \quad \Rightarrow \quad y_{MAX} = y_0 + \frac{2}{2} v_{0y}\left(\frac{v_{0y}}{g}\right) - \frac{1}{2} \cancel{g} \left(\frac{v_{0y}}{\cancel{g}}\right)^2$$

$$= y_0 + \frac{2}{2}\frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g}$$

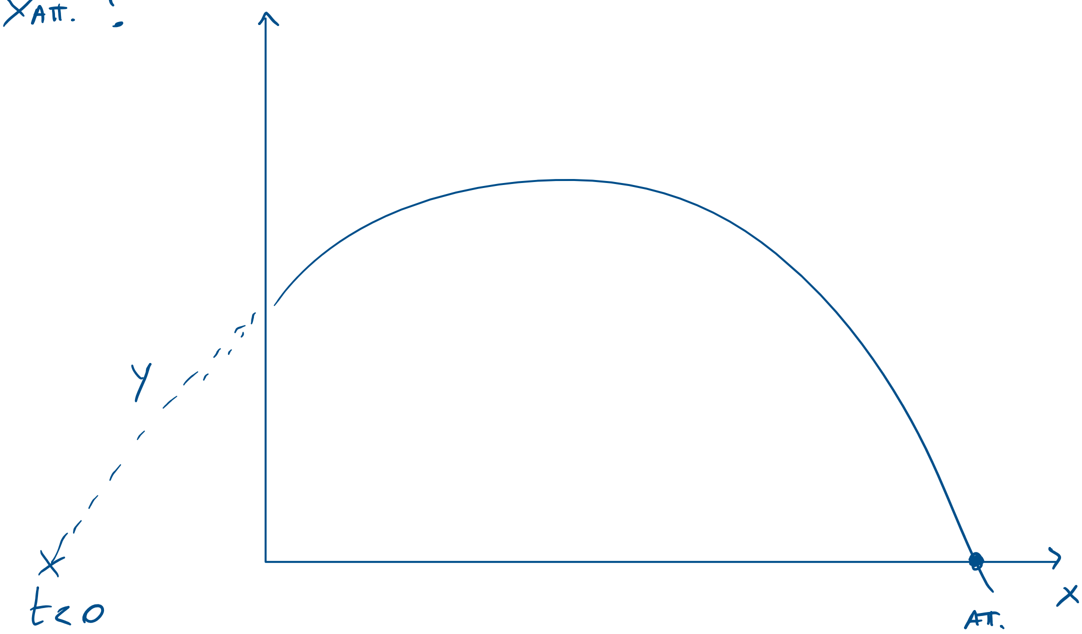
$$y_{MAX} = y_0 + \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g}$$

$$y_{MAX} = 3 + \frac{1}{2}\frac{(25 \cdot \sin(45°))^2}{9{,}81}$$

$$\boxed{y_{MAX} = 18{,}92\ m \simeq 20\ m\ \checkmark}$$

Dal momento che $y_{MAX} > 18\ m \Rightarrow$:)

2) $x_{ATT.}$?



Atterraggio $\Rightarrow$ $y = 0$

$\Downarrow$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

Se $y = 0$ $\Rightarrow$ $0 = y_0 + v_{0y} t_{ATT.} - \frac{1}{2} g t_{ATT.}^2$

$$t_{ATT.}^2 \underbrace{\left(-\frac{1}{2} g\right)}_{a} + t_{ATT} \underbrace{\left(v_{0y}\right)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0$$

Formula risolutiva eq^ne 2° grado:

$$t_{ATT\,1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = \left(-\frac{1}{2}g\right) = -4{,}9050$

$b = v_0 \sin\vartheta_0 = 17{,}6777$

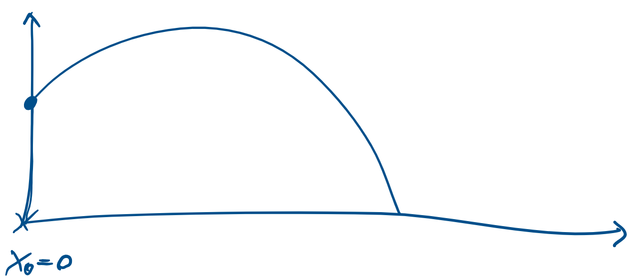
$c = y_0 = 3$

$$t_{ATT\,1,2} = \begin{cases} 3{,}7664 & s \\ \cancel{-0{,}1624} & s \end{cases}$$

$\boxed{t_{ATT} = 3{,}7664\,s}$ t. atterraggio

$x = x_0 + v_{0x} t \quad \Rightarrow \quad t_{ATT}.$

$x_0 = 0$

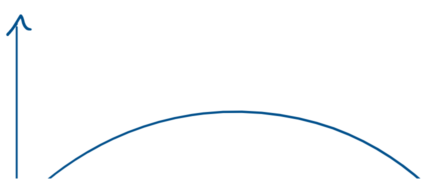


$x_{ATT} = v_{0x} t_{ATT}$

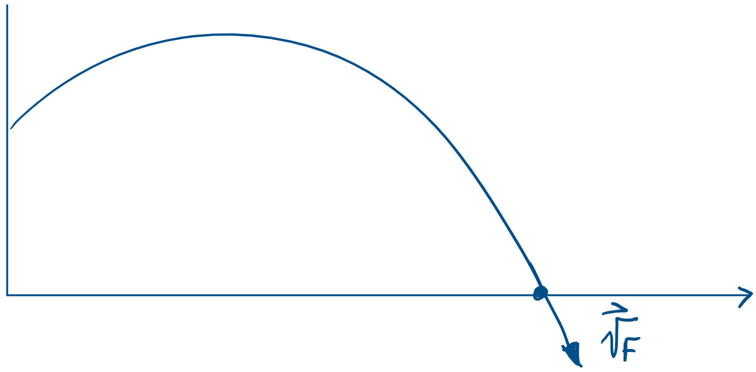
$= v_0 \cos\vartheta_0 \cdot t_{ATT} = 25 \cdot \cos(45°) \cdot 3{,}7664$

$\boxed{x_{ATT} = 66{,}5812\,m \simeq 70\,m}$

3) $\vec{v}_F$?



$\rightarrow v_F$:



v_F all'atterraggio !!

t_{ATT} lo conosco $= 3,7664$ s

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} \\ v_{Fy} = v_{0y} - g\,t \end{cases} \qquad \text{se } t = t_{ATT}.$$

$$\begin{cases} v_{Fx} = v_{0x} = 25 \cdot \cos(45°) = \boxed{17,6777} \\ v_{Fy} = v_{0y} - g\,t_{ATT} = 25 \sin(45°) - 9,81 \cdot 3,7664 \end{cases}$$

$$\boxed{v_{Fy} = -19,2407}$$

$$|\vec{v}_F| = \sqrt{v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2}$$

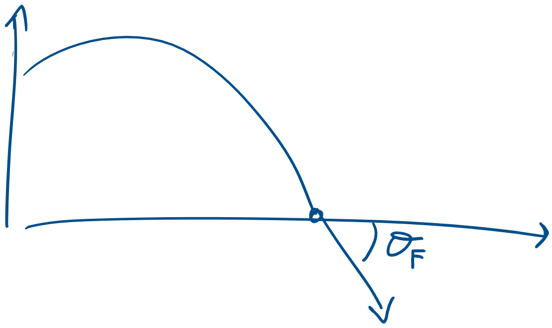
$$= \sqrt{(17,6774)^2 + (-19,1707)^2}$$

$$= 26,1505 \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_F = 26,1505 \text{ m/s} \simeq 30 \text{ m/s}}$$

$$\boxed{v_F = 26{,}1505\ m/s \simeq 30\ m/s}$$

Direzione e verso?



ϑ_F

$$\vartheta_F = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_{Fy}}{v_{Fx}}\right)$$

$$= \operatorname{arctg}\left(\frac{-19{,}2707}{17{,}6777}\right) = -47{,}46°$$

Esercizio:

Un puma è un predatore esperto in agguati. Durante un salto per raggiungere una preda, la sua velocità iniziale è pari a 37.6 km/h e la sua inclinazione (rispetto all'asse delle x) è pari a ϑ= 25.05°. Sapendo che si stacca da una altezza iniziale pari a y_0 = 75.5 cm, calcolare: 13/13

a. L'altezza massima raggiunta durante il salto; 4/13
b. Se riuscirà a colpire una preda che si trova ad una distanza lungo l'asse x di x_p= 10 m (distanza d'atterraggio); 5/13
c. La sua velocità (modulo, direzione e verso) all'atterraggio. 4/13

$h_{MAX} = 1{,}75\ m$

$t_{ATT} = 1{,}04\,s$

$x_{ATT} = 9{,}84\,m$

$v_{Fx} = 9{,}46\,m/s$

$v_{Fy} = -5{,}78\,m/s$

$\theta_F = -31{,}51°$

1. La sua velocità (modulo, direzione e verso) all'atterraggio.

$v_F = 11{,}06\,m/s$

$\theta_F = -31{,}51°$

4/13

$h_{MAX} = 1{,}75\,m$

$t_{ATT} = 1{,}04\,s$

$x_{ATT} = 9{,}84\,m$

$v_{Fx} = 9{,}46\,m/s$

$v_{Fy} = -5{,}78\,m/s$

Soluzione:

$$\begin{cases} |\vec{v}_0| = 37{,}6\,km/h \\ \theta = 25{,}05° \\ y_0 = 75{,}5\,cm \end{cases}$$

$x_P\ (\text{PREDA}) = 10\,m$

$$v_0 = 37{,}6\,km/h = \frac{37{,}6}{3{,}6} = 10{,}44\,m/s$$

$y_0 = 0{,}755\,m$

a) $$v_y = 0 \Rightarrow 0 = v_{0y} - g\,t_{MAX} \Rightarrow t_{MAX} = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

$$t_{MAX} = \frac{10{,}44 \cdot \sin(25{,}05)}{9{,}81} = 0{,}45\,s$$

$$t_{max} = 0{,}45\ s$$

POSSIBILITÀ 1

$$h_{max} = y_0 + v_0 \sin\theta\, t_{max} - \frac{1}{2} g\, t_{max}^2 = 0{,}755 + 10{,}44 \cdot \sin(25{,}05) \cdot 0{,}45 + $$

$$- \frac{1}{2}(9{,}81)(0{,}45^2)$$

$$\boxed{h_{max} = 1{,}75\ m \quad 3cs}$$

POSSIBILITÀ 2

$$t_{max} = \frac{v_{0y}}{g} \qquad h_{max} = y_0 + \cancel{v_{0y}} \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2} \cancel{g} \frac{v_{0y}^2}{g^{\cancel{2}}}$$

$$= y_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0y}^2}{g}$$

$$\boxed{h_{max} = 1{,}75\ m \qquad 3\ c.s.}$$

2)

$$x_{att} \Rightarrow \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = y_0 + v_{0y}\, t_{att} - \frac{1}{2} g\, t_{att}^2$$

$$\underbrace{t_{att}^2}_{\uparrow} \underbrace{\left(-\frac{1}{2} g\right)}_{a} + \underbrace{t_{att}}_{\uparrow} \underbrace{(v_0 \sin\theta)}_{b} + \underbrace{y_0}_{c} = 0$$

$$\begin{cases} a = -4{,}905 \simeq -4{,}91 \\ b = 10{,}44 \sin(25{,}05) \\ b = 4{,}42 \\ c = 0{,}755 \end{cases}$$

$$t_{ATT\,1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-4{,}42 \pm \sqrt{(4{,}42)^2 - 4(-4{,}91)(0{,}755)}}{2 \cdot (-4{,}91)}$$

$$t_{ATT,1,2} \begin{cases} \cancel{-0{,}14\ s} \\ 1{,}04\ s \end{cases}$$

$$\boxed{t_{ATT} = 1{,}04\ s}$$

$$x_{ATT} = \cancel{x_0} + v_{0x} t_{ATT} = 10{,}44 \cdot \cos(25{,}05) \cdot 1{,}04$$

$$\boxed{x_{ATT} = 9{,}84\ m \qquad 3\ c.s.}$$

3) v_{FINALE}

$$\begin{cases} v_{F,x} = v_0 \cos\theta = 10{,}44 \cdot \cos(25{,}05) = \\ \quad = 9{,}46\ m/s \\ v_{F,y} = v_0 \sin\theta - g\, t_{ATT} \end{cases}$$

$$= 10{,}44 \cdot \sin(25{,}05) - 9{,}81 \cdot 1{,}04$$

$$= -5{,}78\ m/s$$

$$|\vec{v}_F| = \sqrt{(9{,}46^2) + (-5{,}78^2)} = 11{,}06\ m/s$$

$$\boxed{|\vec{v}_F| = 11{,}06\ m/s \simeq 11{,}1\ m/s}$$

$$\theta_{FIN} = \operatorname{arctg}\left(\frac{v_{F,y}}{v_{F,x}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{-5{,}78}{9{,}46}\right)$$

$$\theta_{FIN} = -31{,}51°$$

$$\boxed{\theta_{FIN} \simeq -31{,}6°}$$