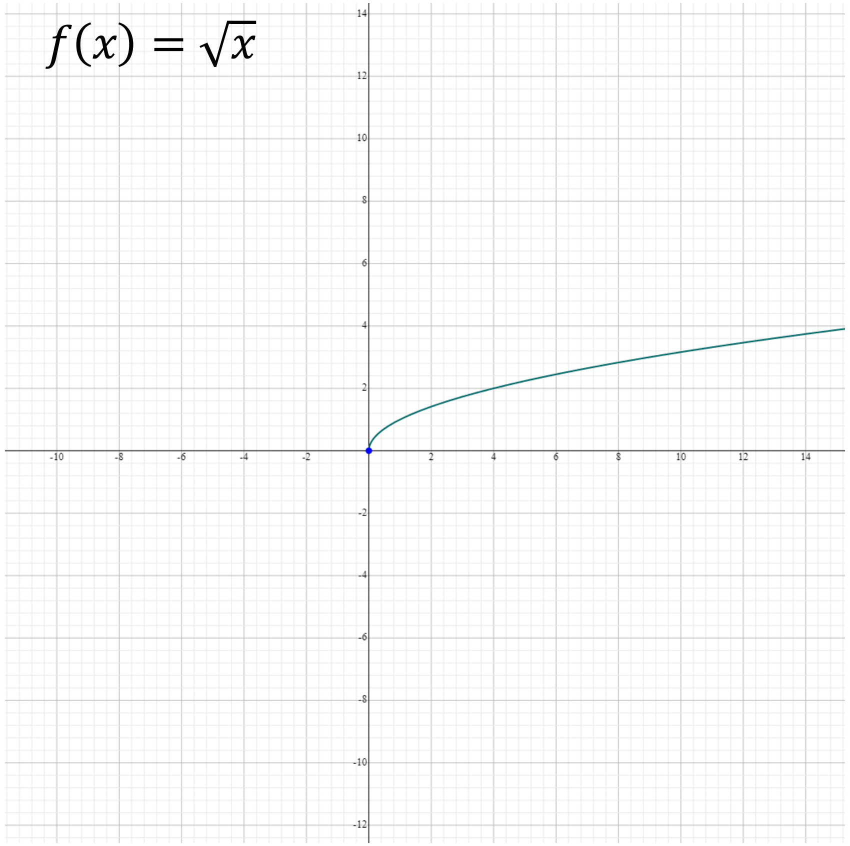
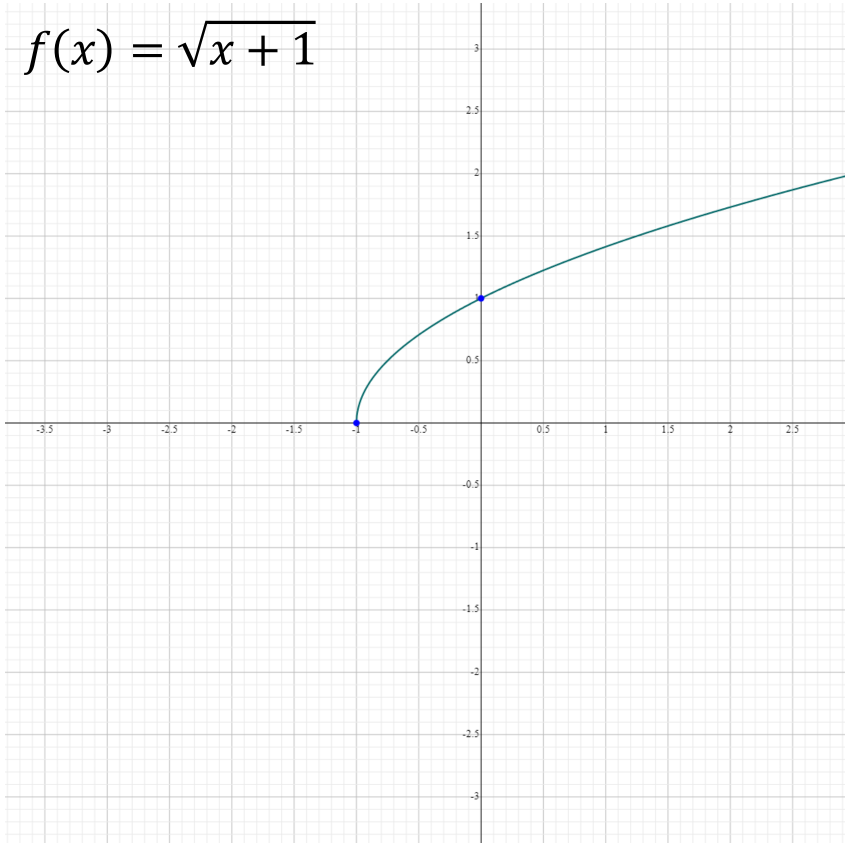
Focus: disegnare grafici

$f \sqrt{x} + 1$

$f(x) = \sqrt{x+1}$ → traslaz. orizzontale: $g(x) = f(x+k)$



(0,0) (0,0)

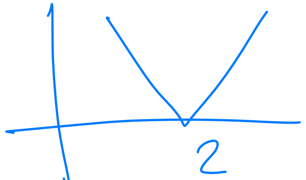


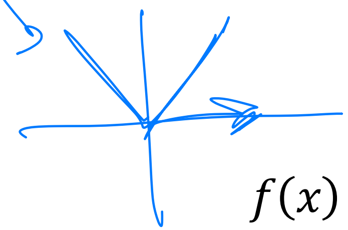
(−1,0) (0,1)

Focus: disegnare grafici

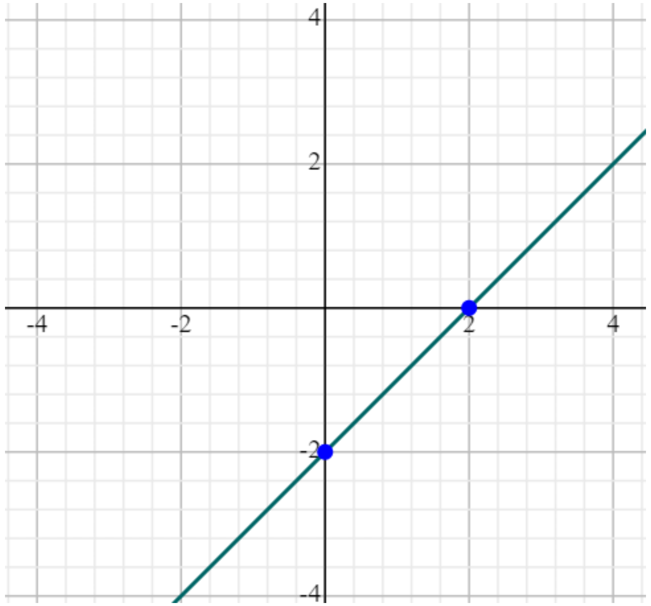
$f(x) = |x-2| + 1$ → *valore assoluto + traslaz. Verticale* $g(x) = f(x) + k$

$|x| \to |x-2|$



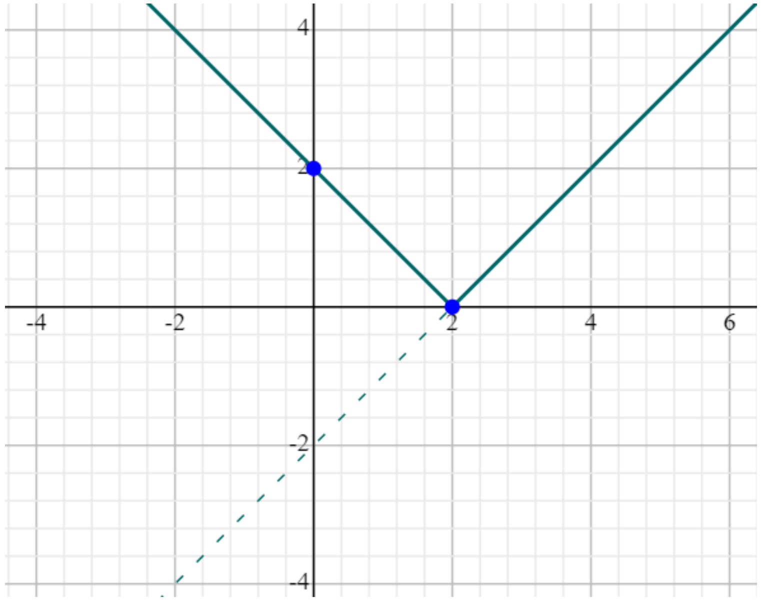


$f(x) = x - 2$



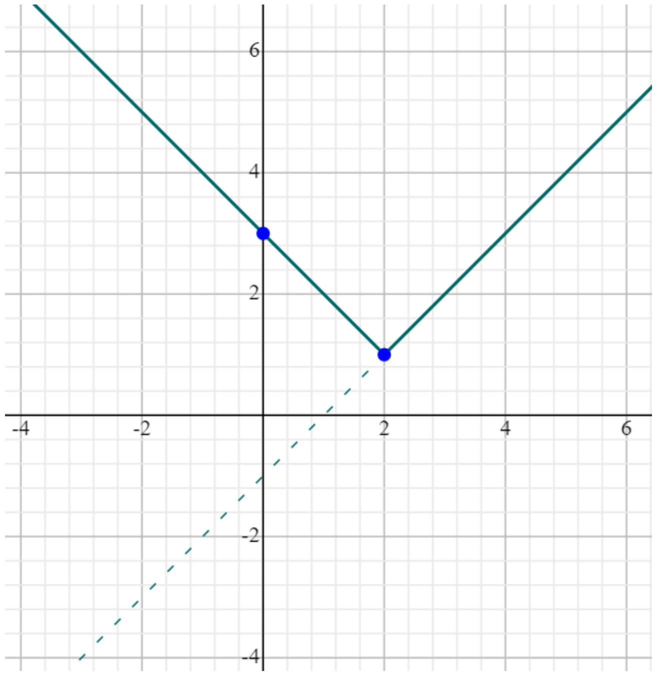
$(2{,}0)\ (0,-2)$

$f(x) = |x-2|$



$(2{,}0)\ (0{,}2)$

$f(x) = |x-2| + 1$

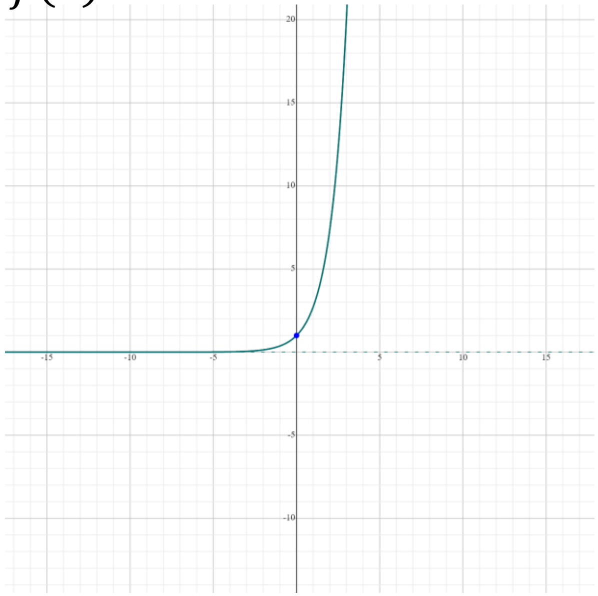


$(0{,}3)$

Focus: disegnare grafici

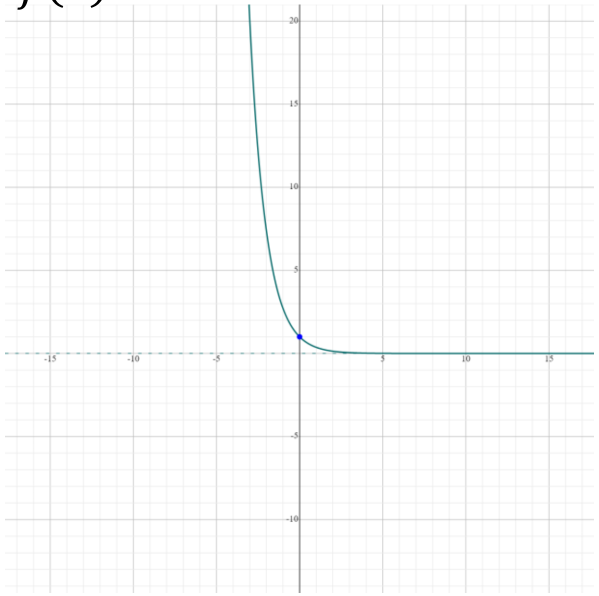
$f(x) = e^{-x} + 2$ → *ribalt. orizzontale:* $g(x) = f(-x)$ + *traslaz. Verticale* $g(x) = f(x) + k$

$f(x) = e^{x}$



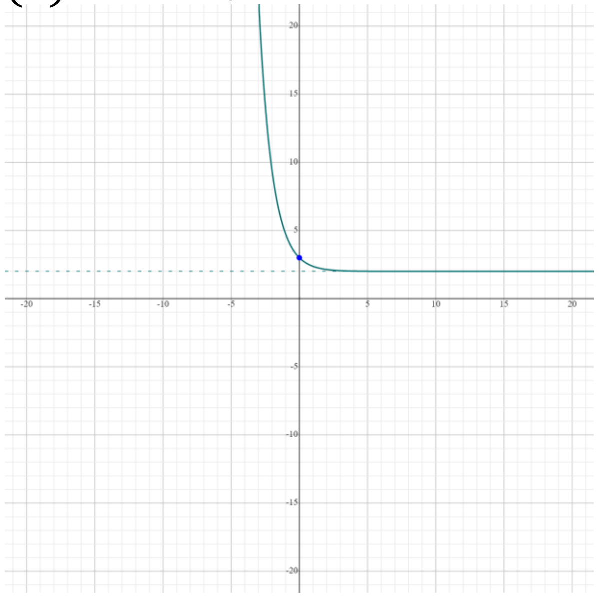
$Y(0,1)$

$f(x) = e^{-x}$



$Y(0,1)$

$f(x) = e^{-x} + 2$



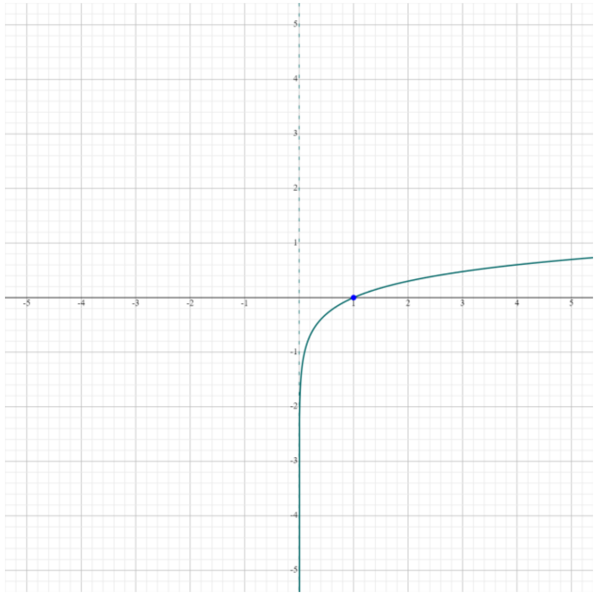
$Y(0,3)$

Focus: disegnare grafici

$\left(\log x \right)$

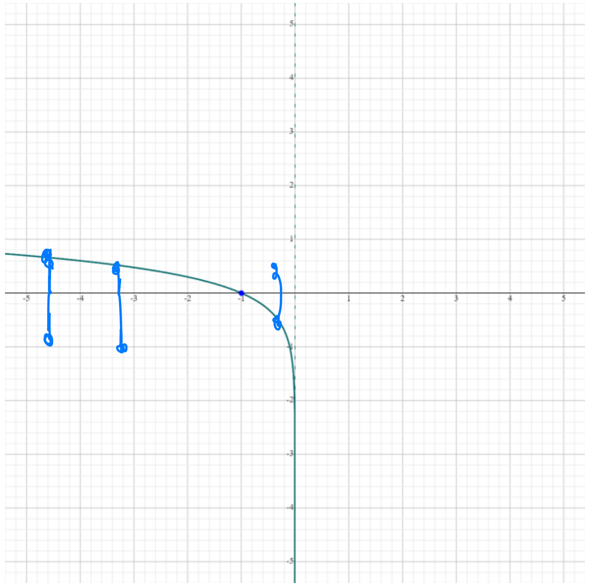
$f(x) = -\log(-x) \rightarrow$ *ribalt. orizzontale:* $g(x) = f(-x)$ + *ribalt. Verticale* $g(x) = -f(x)$

$f(x) = \log x$



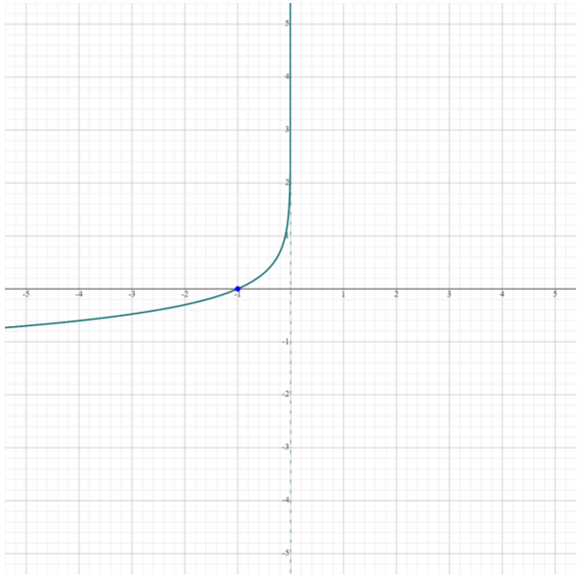
$X(1,0)$

$f(x) = \log(-x)$



$X(-1,0)$

$f(x) = -\log(-x)$



$X(-1,0)$

Focus: trovare il dominio

Sia data una funzione

$$f(x) = \frac{3x-2x^3}{x^4-1} \rightarrow D \neq 0$$

Determinare il dominio di f.

$\underline{x^4 - 1 \neq 0}$

Dobbiamo trovare i punti in cui si annulla il denominatore:

$$x^4 - 1 = \underline{(x^2 - 1)(x^2 + 1)} = 0 \implies x = \pm 1$$

Pertanto, il dominio è dato dai numeri reali con l'esclusione dei valori $x = \pm 1$:

$$D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm 1\} \rightarrow \{x \in \mathbb{R} - \{-1\} - \{1\}\}$$

$\underline{(x^2-1)}(x^2+1) \neq 0$

$x^2 - 1 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq 1 \rightarrow \boxed{x \neq \pm 1}$

$x^2 + 1 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq -1$ sempre

Sia data una funzione

$$f(x) = \frac{1}{2^{x-1}}$$

Determinare il dominio di f.

$2^{x-1} \neq 0 \rightarrow$ sempre :

$D_f = \{x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

Me

Focus: trovare il dominio

Sia data una funzione

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$x-2 \neq 0 \rightarrow$

$x \neq 2$

Determinare il dominio di f.

$$D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\} = \mathbb{R} - \{2\}$$

Sia data una funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2+3}$$

$x^2+3 \geq 0$

Determinare il dominio di f.

$x^2 \geq -3$

Il radicando è sempre positivo:

$$D = \mathbb{R}$$

$x^2+x-2 \neq 0$

$\Delta = b - 4ac$

$x_{1,2}$

Sia data una funzione

$$f(x) = \frac{4-5x^2}{x^2+x-2}$$

Determinare il dominio di f.

Dobbiamo trovare i punti in cui si annulla il denominatore:

$$x^2 + x - 2 = 0 \Longrightarrow x = -2 \;\&\; x = 1$$

Pertanto, il dominio è dato dai numeri reali con l'esclusione dei valori $x = -2$ e $x = 1$:

$$D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2, x \neq 1\} = (-\infty, -2) \cup (-2,1) \cup (1, +\infty)$$

$x \in \mathbb{R} - \{-2\} - \{1\}$

Focus: trovare il dominio

$f(x) = \sqrt{x-2}$ $\rightarrow$ $x - 2 \geq 0$ $\quad x \geq 2$

$D_f = \{x : x \geq 2\}$ → *radice di indice pari, radicando non negativo*

$f(x) = \sqrt{|x|-2}$ $\rightarrow$ $\sqrt{|x|-2} \rightarrow |x| - 2 \geq 0$

$|x| \geq 2$

se $x \geq 0 \rightarrow x \geq 2$

se $x < 0 \rightarrow -x \geq 2$

$x \leq -2$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -2, x \geq 2\}$

$D_f = \{x : x \geq 2 \ \vee \ x \leq -2\}$ → *radice di indice pari, radicando non negativo*

$|x| = \begin{cases} x, \text{ se } x \geq 0 \\ -x, \text{ se } x < 0 \end{cases}$

$f(x) = \sqrt{|x-2|}$

$|x-2| \geq 0 \longrightarrow D_f = \mathbb{R}$

$D_f = \mathbb{R}$ → *radice di indice pari, radicando non negativo*

$f(x) = \sqrt{\log x + 1}$

Esistenza del log: $x > 0$; esistenza della radice: $x \geq \frac{1}{e}$

Quindi globalmente: $D_f = \{x : x \geq \frac{1}{e}\}$

$\log_e x + 1 \geq 0 \qquad \log_e x \geq -1 \qquad \cancel{e}^{\log_e x} \geq e^{-1} \rightarrow \boxed{x \geq \frac{1}{e}}$

Focus: trovare il dominio

$\sqrt{x^2-6x+5} > 0$

$x^2-6x+5 \geq 0$

$x_{1,2} = 1, 5$ $\Delta > 0$

$f(x) = \log\left(\sqrt{x^2-6x+5}\right)$

Esistenza del log: $x \neq 1 \vee x \neq 5$, perché la radice è sempre positiva o nulla

Esistenza della radice: $x^2 - 6x + 5 \geq 0 \rightarrow x < 1 \vee x > 5$

$D_f = \{x : x < 1 \vee x > 5\}$

~~$D_f = x \in \mathbb{R} : x \neq 1, x \neq 5$~~

$D_f = x \in \mathbb{R} : x < 1, x > 5$

$f(x) = \frac{1}{1-\cos x}$

Esistenza della frazione: $1 - \cos x \neq 0 \rightarrow \cos x \neq 1 \rightarrow x \neq 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$D_f = \{x : x \neq 2\pi k, k \in \mathbb{Z}\}$

Focus: trovare il dominio

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{4x+5}}$$

Esistenza della frazione: $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{4x+5} \neq 0 \rightarrow \sqrt{x+2} \neq \sqrt[3]{4x+5}$

Esistenza della radice con n pari: $x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$

$D_f = \{x : x \geq -2, \sqrt{x+2} \neq \sqrt[3]{4x+5}\}$

$$f(x) = \frac{|\log x - 2|}{x^2 \sqrt[3]{1-x}} \longrightarrow$$

$x > 0$

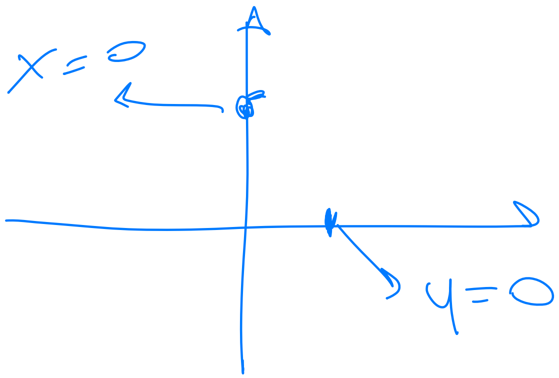
$x^2 \cdot \sqrt[3]{1-x} \neq 0$

Esistenza del log: $x > 0$

Esistenza della frazione: $x^2 \sqrt[3]{1-x} \neq 0 \rightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 1$

$D_f = \{x : \underbrace{x > 0}, x \neq 1\}$

Focus: trovare i punti di intersezione con gli assi



Sia data una funzione

$$f(x) = \frac{4-5x^2}{x^2+x-2}$$

Determinare il dominio di f.

Dobbiamo trovare i punti in cui si annulla il denominatore:

$$x^2 + x - 2 = 0 \Longrightarrow x = -2 \; e \; x = 1$$

Pertanto, il dominio è dato dai numeri reali con l'esclusione dei valori $x = -2 \; e \; x = 1$:

$$D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2, x \neq 1\} =$$
$$(-\infty, 2) \cup (-2{,}1) \cup 1, +\infty)$$

Intersezioni con gli assi.

Con l'asse y:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{4-5x^2}{x^2+x-2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$$

Con l'asse x:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = \dfrac{4-5x^2}{x^2+x-2} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{4-5x^2}{x^2+x-2} = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} 4-5x^2 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{4}{5} \\ y = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = \pm\dfrac{2}{\sqrt{5}} \\ y = 0 \end{cases}$$

Pertanto, la funzione interseca gli assi nei punti di coordinate $A\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, 0\right), B\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, 0\right), C(0, -2)$