Lezione 2 23/10/2025

giovedì 23 ottobre 2025 14:07

Lezione #2

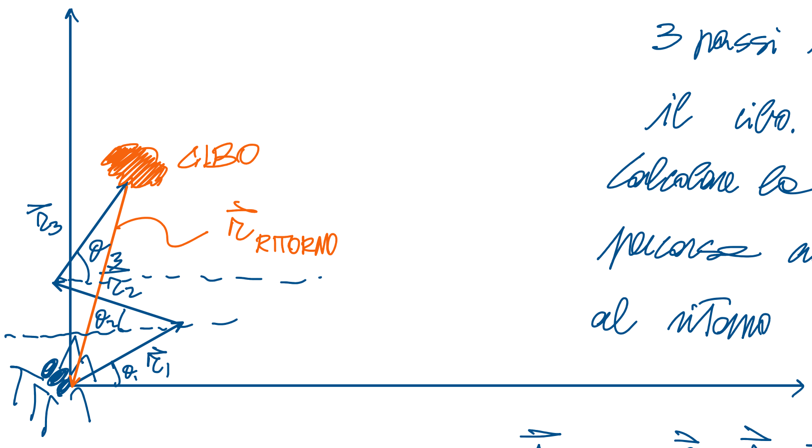
23/10/2025

Esempio:

Desert ant

Una formica compie 3 passi per raggiungere il cibo.

Calcolare la distanza percorsa all'andata e al ritorno $\vec{r}_{RITORNO}$



$$\vec{r}_{RITORNO} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3$$

Dati: $\begin{cases} |\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = |\vec{r}_3| = 1{,}8\ cm \\ \theta_1 = 45° \\ \theta_2 = 30° \\ \theta_3 = 60° \end{cases}$

$$|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = |\vec{r}_3| = r = 1{,}8\, cm$$

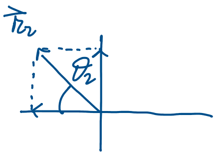
$$\vec{r}_{TOT} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3$$

$\vec{r}_1$:

$\theta_1 = 45°$

$$\begin{cases} r_{1x} = r_1 \cos\theta_1 = r \cos(45°) = r\sqrt{2}/2 \\ r_{1y} = r_1 \sin\theta_1 = r \sin(45°) = r\sqrt{2}/2 \end{cases}$$

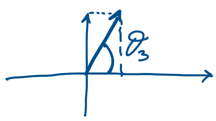
$\vec{r}_2$:



$\theta_2 = 30°$

$$\begin{cases} r_{2x} = - r_2 \cos\theta_2 = - r \cos(30°) = - r \frac{\sqrt{3}}{2} \\ r_{2y} = r_2 \sin\theta_2 = r \sin(30°) = r \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\vec{r}_3$:



$\theta_3 = 60°$

$$\begin{cases} r_{3x} = r_3 \cos\theta_3 = r \cos(60°) = r\, 1/2 \\ r_{3y} = r_3 \sin\theta_3 = r \sin(60°) = r\sqrt{3}/2 \end{cases}$$

$\vec{r}_{TOT} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3$ $\quad \begin{cases} r_{TOT,x} = r\sqrt{2}/2 - r\sqrt{3}/2 + r/2 \\ r_{TOT,y} = r\sqrt{2}/2 + r/2 + r\sqrt{3}/2 \end{cases}$

$$r_{TOT,x} = r\left(\sqrt{2}/2 - \sqrt{3}/2 + 1/2\right) = 1{,}8\ 10^{-2}\,(0{,}3411)$$

$$r_{TOT,y} = r\left(\sqrt{2}/2 + 1/2 + \sqrt{3}/2\right) = 1{,}8\ 10^{-2}\,(2{,}0731)$$

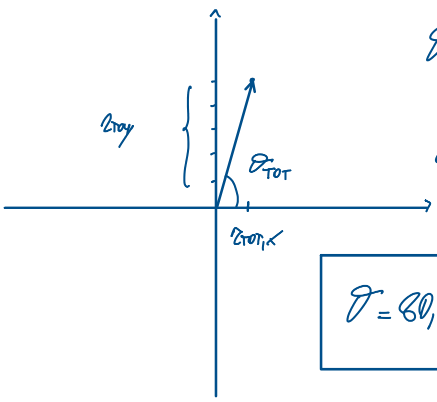
$$\begin{cases} r_{TOT,x} = 0{,}0061 \quad m \\ r_{TOT,y} = 0{,}0373 \quad m \end{cases}$$

$$|\vec{r}_{TOT}| = \sqrt{r_{TOT,x}^2 + r_{TOT,y}^2} = 0{,}0378\ m$$

$$r_{TOT} = 0{,}0378\ m$$

$$\boxed{r_{TOT} = 0{,}0378 \simeq 0{,}04 = 4\,10^{-2}\,m\ (1\ c.s.)}$$

Direzione e verso



$$\theta_{TOT} = arctg\left(\frac{r_{TOT,y}}{r_{TOT,x}}\right)$$

$$\theta = arctg\left(\frac{0{,}0373}{0{,}0061}\right)$$

$$\boxed{\theta = 80{,}71^\circ \simeq 80^\circ}$$

All'andata la formica ha percorso

$$r_{ANDATA} = (1{,}8 + 1{,}8 + 1{,}8)\,10^{-2} = 5{,}4\,10^{-2}\,m$$

al ritorno

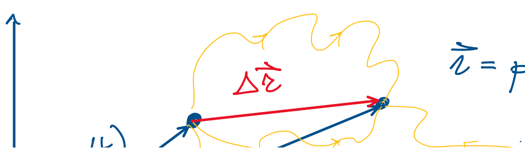
$$r_{TOT} = 4\,10^{-2}\,m$$

$$\Delta r = (5{,}4 - 4)\,10^{-2} = 1{,}4\,10^{-2}\,m$$

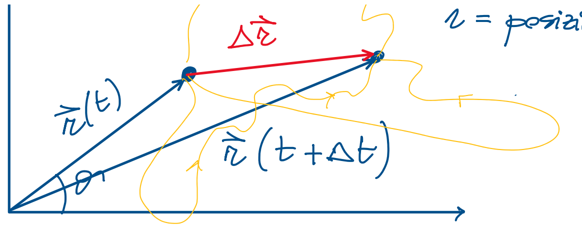
$$\frac{\Delta r}{r} \simeq 29\ \%$$

– CINEMATICA –

$$\begin{cases} \text{pto materiale } m \neq 0;\ S = V = 0 \\ v \ll c\ ;\ d \gg d_{ATOMICHE} \end{cases}$$



$\vec{r}$ = posizione al tempo t



r = posizione al tempo t

$\Delta\vec{r}$ = vettore spostamento $= \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

↓

dipende solo dalla posizione finale ed iniziale e non dal percorso!!

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$$

$\Delta\vec{r}$: SPOSTAMENTO in un certo intervallo di tempo Δt

Δt: intervallo di tempo

$$[\vec{v}] = \frac{m}{s}$$

$$\vec{v} = \begin{cases} \text{Modulo} \\ \text{Direzione} \\ \text{Verso} \end{cases}$$

$\vec{v}$ = COSTANTE se e solo se sia modulo, direz., verso sono costanti

$$\vec{v}_M = v \text{ media} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

– TUTOR –

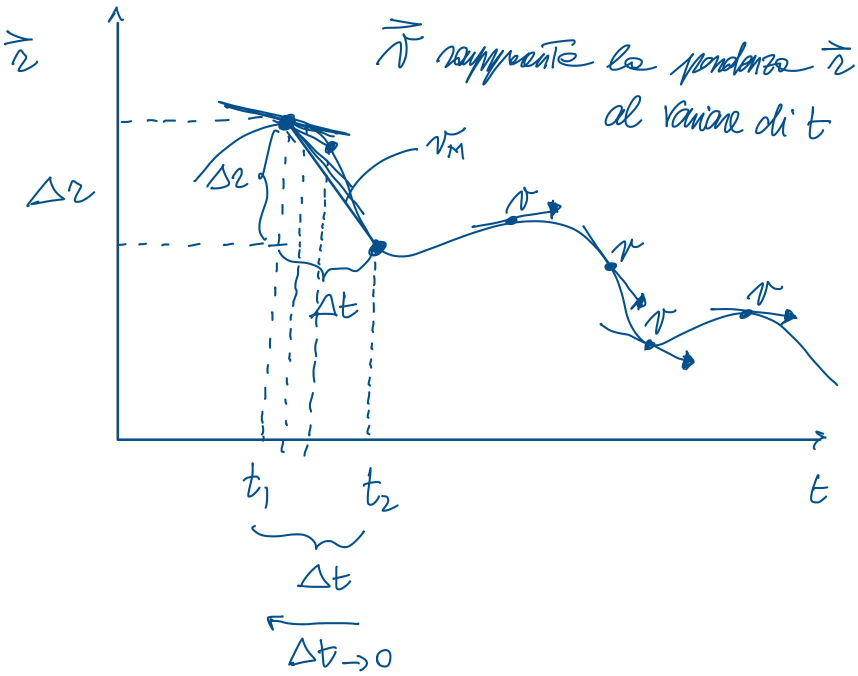
Se $\Delta t \to 0$ (considerare un intervallo sempre + piccolo)

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \text{se} \quad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{v}_{IST} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

sono molto piccoli

- La velocità geometricamente rappresenta:



$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$ velocità media

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{a}_M = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$ accelerazione media

$$\vec{a}_{IST} = \frac{d\vec{v}}{\;}$$ accelerazione istantanea

$$\vec{a}_{IST} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$ accelerazione istantanea

$$[\vec{a}] = \frac{m}{s}\frac{1}{s} = m/s^2$$

– Eq^{ne} di un moto uniformemente accelerato: –

$$\boxed{\vec{a} = cost}$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_{IST} = \vec{a}$$

tempo iniziale	tempo finale
$t_0 = t_{IN} = 0$	$t_F = t$
$\vec{r}_0 = (x_0, y_0)$	$\vec{r} = (x, y)$
$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$	$\vec{v} = (v_x, v_y)$
a	a

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - 0} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t} \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{t}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_M t$$
$$\uparrow$$

Le velocità media la posso calcolare come:

$$r = r_0 + v_M t$$

La velocità media la posso calcolare come:

$$\vec{v}_M = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \Bigg(\overbrace{\frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}}^{v_M}\Bigg) t$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}\vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{v} t = \vec{r}_0 + \frac{1}{2}\vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\left(\vec{v}_0 + \vec{a} t\right) t$$

$$\hookrightarrow \left(\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t\right)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \underbrace{\frac{1}{2}\vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{v}_0 t}_{} + \frac{1}{2}\vec{a} t^2$$

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a} t^2} \qquad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

Equazioni Moto uniformemente accelerato

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a} t^2 \qquad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

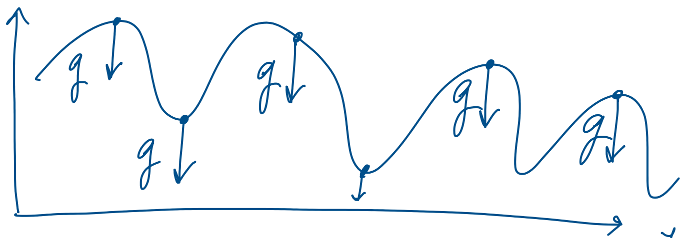
Nel caso di un moto rettilineo uniforme $\Rightarrow \vec{v} = cost.$

$$\Downarrow$$

$$\vec{a} = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_0 \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t \end{cases}$$

- Nel caso in cui $\vec{a}$ = accelerazione di gravità:

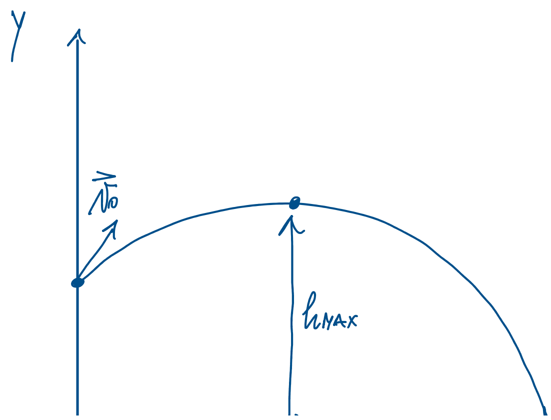


$$\vec{a} = (0; -g)$$

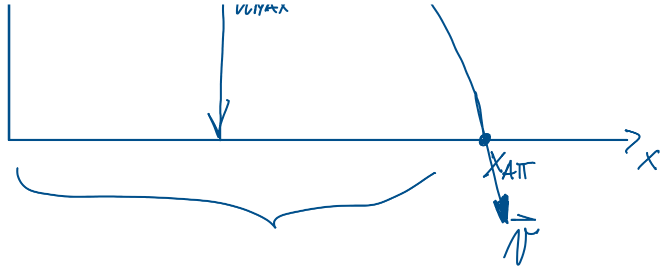
$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \quad \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - g t \end{cases}$$

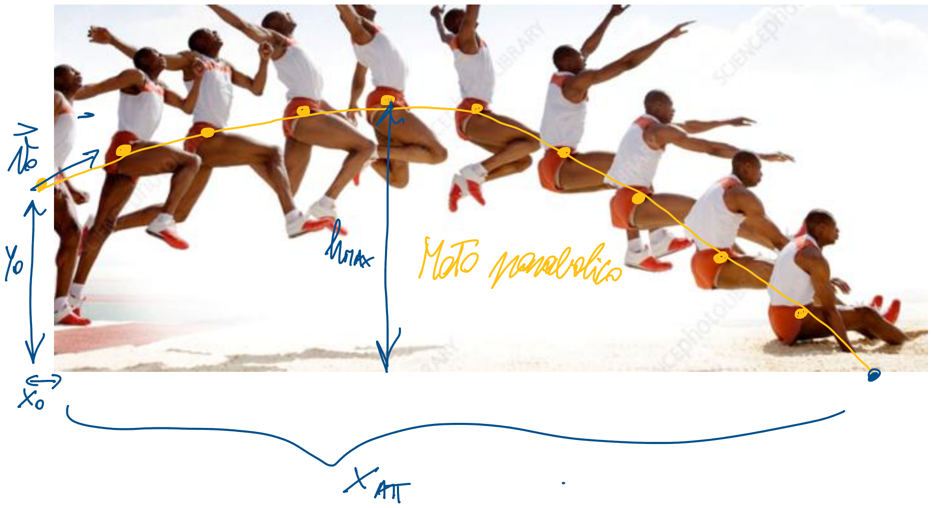
Moto in caduta libera

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad \begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



Moto parabolico


vmax
x
XAT
v


v0
y0
hmax
Moto parabolico
x0
XAT

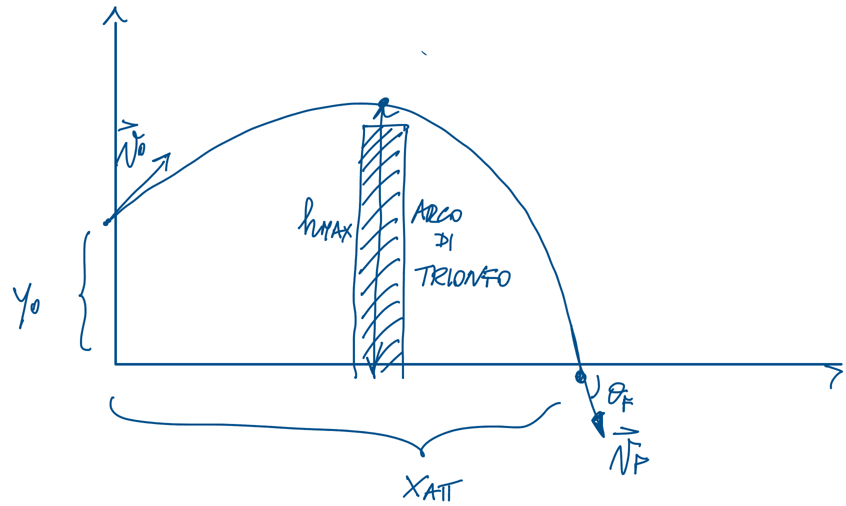

Rio 2016

Esercizio:

A capodanno 2007 lo stuntman Robbie Madison tentò di stabilire un nuovo record a Las Vegas cercando di superare una replica dell'Arco Di Trionfo alta 18 m. Sapendo che si lanciò con una velocità iniziale pari a v0 = 90 km/h da una rampa alta y0 = 3 m e inclinata con un angolo θ_0 = 45°, calcolare:

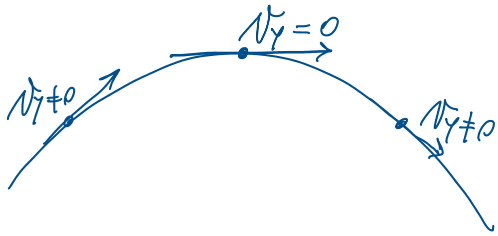
1. Altezza massima raggiunta. Riesce a superare l'Arco?
2. La distanza di atterraggio
3. Il modulo, direzione e verso della sua velocità finale (all'atterraggio)

(Lo stesso Madison nell'impatto col terreno, si lacerò la mano tra pollice e indice e dichiarò che non avrebbe mai ripetuto tale impresa neppure per 10 milioni di dollari)



1) h_{MAX} è l'unico pto della traiettoria in cui

$$v_y = 0$$



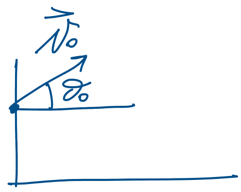
$$v_y = v_{0y} - gt = 0$$

$$v_{0y} - g\,t_{MAX} = 0$$

$$v_{0y} - g\, t_{MAX} = 0$$

$$g\, t_{MAX} = v_{0y}$$

$$t_{MAX} = v_{0y}/g = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$$



$$\boxed{t_{MAX} = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}}$$

$$v_0 = 90\ km/h = 90\,\frac{\cancel{10^3}\ m}{3{,}6\,\cancel{10^3}\ s} = 25\ m/s$$

$$t_{MAX} = \frac{25 \cdot \sin(45°)}{g}$$

in cui $|g| = 9{,}81\ m/s^2$

$$t_{MAX} = \frac{25\ \sin(45°)}{9{,}81} = 1{,}8020\ s$$

$\downarrow$

tempo a cui raggiungo h_{MAX}

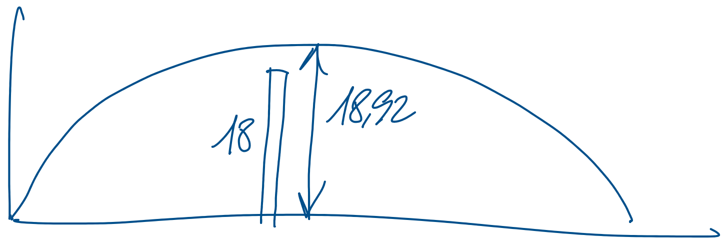
$$h_{MAX} \Rightarrow y(t_{MAX})$$

$$h_{MAX} = y_0 + v_{0y}\, t_{MAX} - \frac{1}{2}\, g\, t_{MAX}^2$$

$$h_{MAX} = 3 + 25 \cdot \sin(45°) \cdot 1{,}8020 - \frac{1}{2}(9{,}81)(1{,}8020)^2$$

$$h_{MAX} = 18{,}92\ m$$

Dal momento che $h_{MAX} > 18\ m$ il motociclista supera l'arco di Trionfo



$$\boxed{y_{MAX} = 18{,}92 \simeq 20\,m \quad (1\ c.s.)}$$