Lezione 6 27/11/2025

giovedì 27 novembre 2025 14:06

Lezione #6

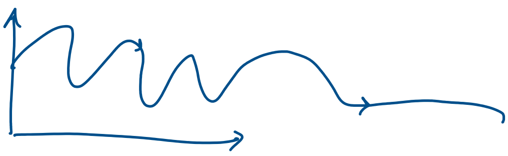
27/11/2025

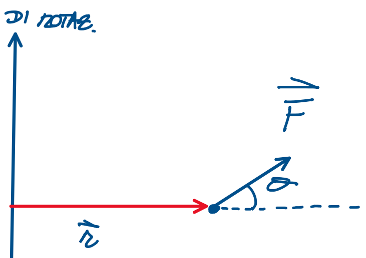
$\vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{F}^{RIS} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N$ $\begin{cases} F_x = \\ F_y = \end{cases}$

MOMENTO DI UNA FORZA

↳ ROTAZIONE





MOMENTO DI UNA FORZA

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

vettor → Prodotto vettoriale

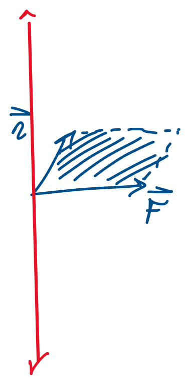
$\vec{M}$ → vettore : $\begin{cases} \text{Modulo} \\ \text{Direzione} \\ \text{Verso} \end{cases}$

$$\boxed{|\vec{M}| = rF\sin\theta}$$

Modulo

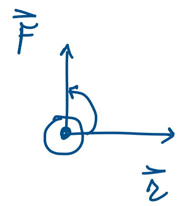
Direzione e verso?

↳ è sempre perpendicolare al piano che formano $\vec{r}$ ed $\vec{F}$

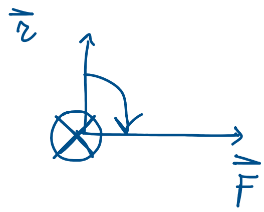


Verso:

a) se $\vec{r} \circlearrowleft \vec{F} \Rightarrow \vec{M} > 0$ $\odot$



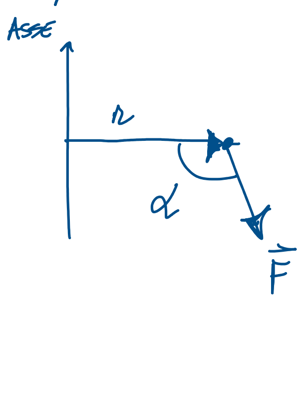
b) se $\vec{r} \circlearrowright \vec{F}$ $\vec{M} < 0$ $\otimes$



$$M = rF\sin\theta$$

$$[M] = N \cdot m$$

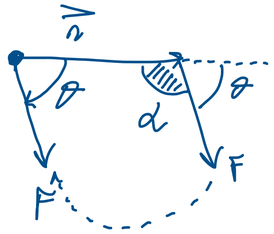
Esempio:



$$\begin{cases} r = 1m \\ F = 2N \\ \alpha = 60° \end{cases}$$

Calcolare il momento $\vec{F}$ ad una distanza $r = 1m$

a) Applicare $\vec{r}$ ed $\vec{F}$ nello stesso punto di applicazione



b) Calcolo θ: $\theta = 180° - 60° = 120°$

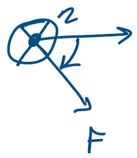
c) $\vec{r} \curvearrowright \vec{F}$? o $\vec{r} \circlearrowleft \vec{F}$?

$M = -rF\sin\theta$

$\vec{r} \curvearrowright \vec{F} \Rightarrow$ senso orario

$\Downarrow$

$M<0$



$M = -1 \cdot 2 \cdot \sin 120°$

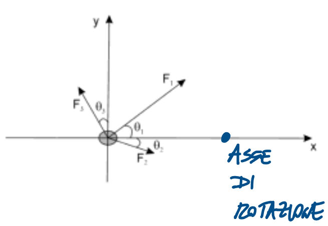
$M = -2\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} = -1{,}73\ Nm$

$$\boxed{M = -1{,}73\ Nm}$$

Finiamo l'esercizio precedente:

Un disco da hockey di massa m=0.32 kg scorre su una superficie orizzontale (priva di attrito) di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da tre diverse mazze da hockey come mostrato in figura. La forza F_1 ha modulo 8.5 N, F_2 ha modulo 3.1 N e F_3 ha modulo 5.3 N. Gli angoli che le forze formano con l'asse x sono rispettivamente θ_1=45°, θ_2= 31° e θ_3=32°. Calcolare:

1. Il modulo della risultante delle forze agenti sul disco nel piano xy;
2. Modulo direzione e verso della sua accelerazione;
3. Il momento risultante di F_1 ed F_2 rispetto a un asse perp. al piano xy e posto a distanza di +2 m sull'asse x;
4. Se ora sul piano fosse presente attrito dinamico con μ_D = 0.04, calcolare di quanto varia l'accelerazione del disco.

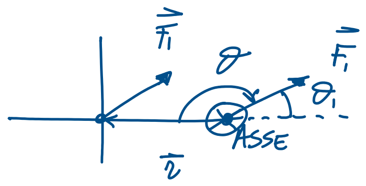


3) $\vec{M}_1 \to \vec{F}_1$

$\Rightarrow$

3) $M_1 \rightarrow F_1$

ROTAZIONE



$\vec{r} \curvearrowright \vec{F}_1$ senso orario

$M_1 < 0$

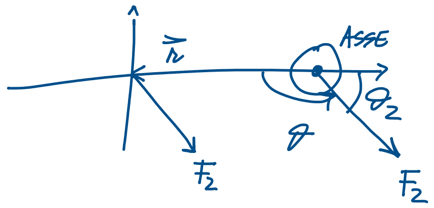
⊗

$$\theta = (180° - \theta_1) = 135°$$

$$M_1 = -r F_1 \sin\theta = -(2)(8{,}5)\sin(135°)$$

$$\boxed{M_1 = -12{,}021\ Nm}$$

M_2 :



$\vec{r} \circlearrowleft \vec{F}_2$ senso antiorario

$M_2 > 0$

⊙

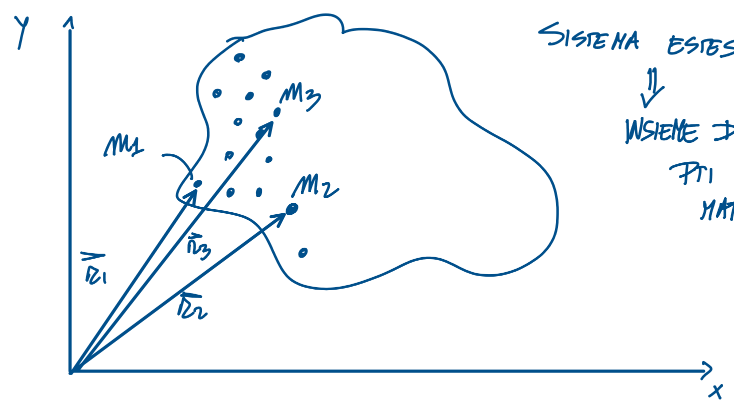
$$M_2 = 2 \cdot 3{,}1 \sin(180° - 31°)$$

$$= 6{,}2 \sin(149°) = 3{,}19\ Nm$$

$$\boxed{M_{TOT} = M_1 + M_2 = 3{,}19 - 12{,}021 = -8{,}83\ Nm}$$

PTO MATERIALE : $\cdot\, m$

CORPO RIGIDO



SISTEMA ESTESO

⇓

INSIEME DI PTI MATERIALI

Se considero un # alto di pti materiali ottengo una buona approssimazione del sistema.

Centro di massa (CDM):

$$\vec{r}_{CDM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_N\vec{r}_N}{\underbrace{(m_1 + m_2 + \dots + m_N)}_{M_{TOT}}}$$

$$\boxed{\vec{r}_{CDM} = \frac{\sum_1^N m_i\vec{r}_i}{M_{TOT}}}$$ POSIZIONE CENTRO DI MASSA

Possiamo dimostrare che in un corpo rigido

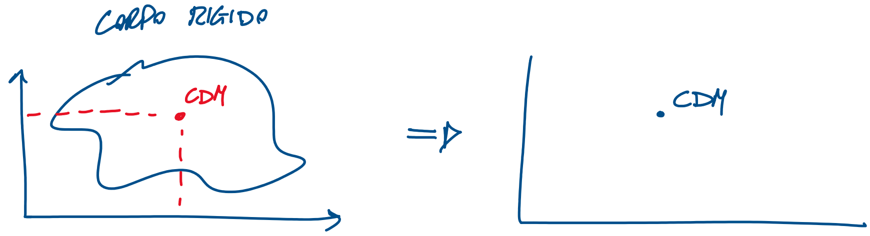
→ la posizione interna degli elementi che lo compongono non può variare

⇓

$$\boxed{\vec{F}^{RIS}_{INTERNE} = \vec{0}}$$ la struttura è "rigida" non può variare

$$\vec{F}^{RIS}_{EST} = M_{TOT}\,\underbrace{\vec{a}_{CDM}}$$

accelerazione del centro di massa



Tutto dipende solo dal centro di massa del sistema

EQUILIBRIO DI UN CORPO RIGIDO:

$$\begin{cases} \vec{F}^{RIS}_{EST} = M_{TOT}\,\vec{a}_{CDM} = \vec{0} & \text{equilibrio traslazionale} \\ \vec{M}^{RIS}_{EST} = \vec{0} & \text{equilibrio rotazionale} \end{cases}$$

Un corpo rigido è in equilibrio:

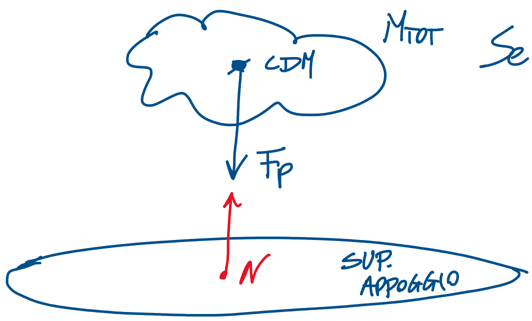
$$\begin{cases} \vec{F}^{RIS}_{EST} = \vec{0} \\ \vec{M}^{RIS}_{EST} = \vec{0} \end{cases}$$

BIOMECCANICA

Equilibrio biomeccanico

$$\Downarrow$$

$$\vec{F}^{RIS}_{EST} = \vec{0}$$



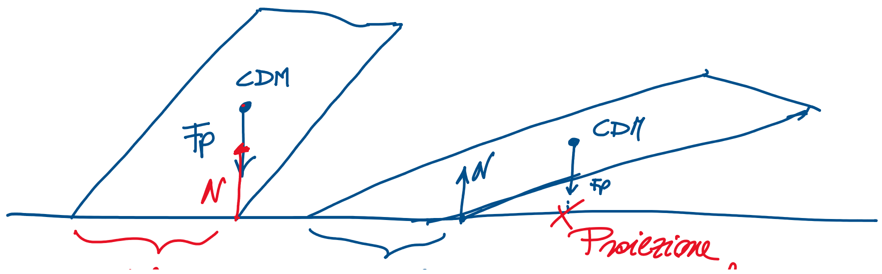
Se la proiez. Fp applicata al centro di massa cade all'interno della sup. d'appoggio

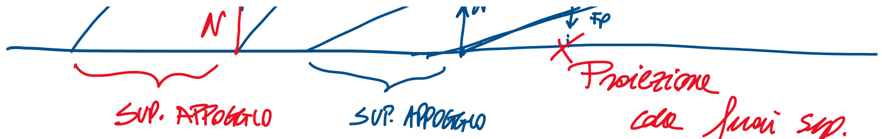
$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\vec{F}_P + \vec{N}}_{\vec{F}^{RIS}_{EST}} = \vec{0}$$

$$\vec{F}^{RIS}_{EST} = \vec{0}$$

Esempio Torre di Pisa:





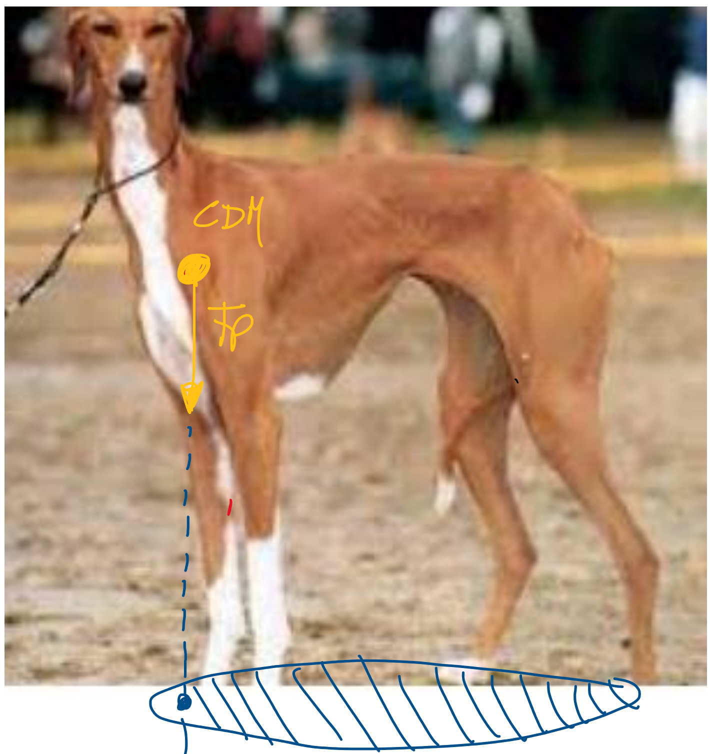
Proiezione cade fuori sup. appoggio

⇓

non c'è equilibrio

ESEMPIO:

LEVRIERO



SUP. APPOGGIO

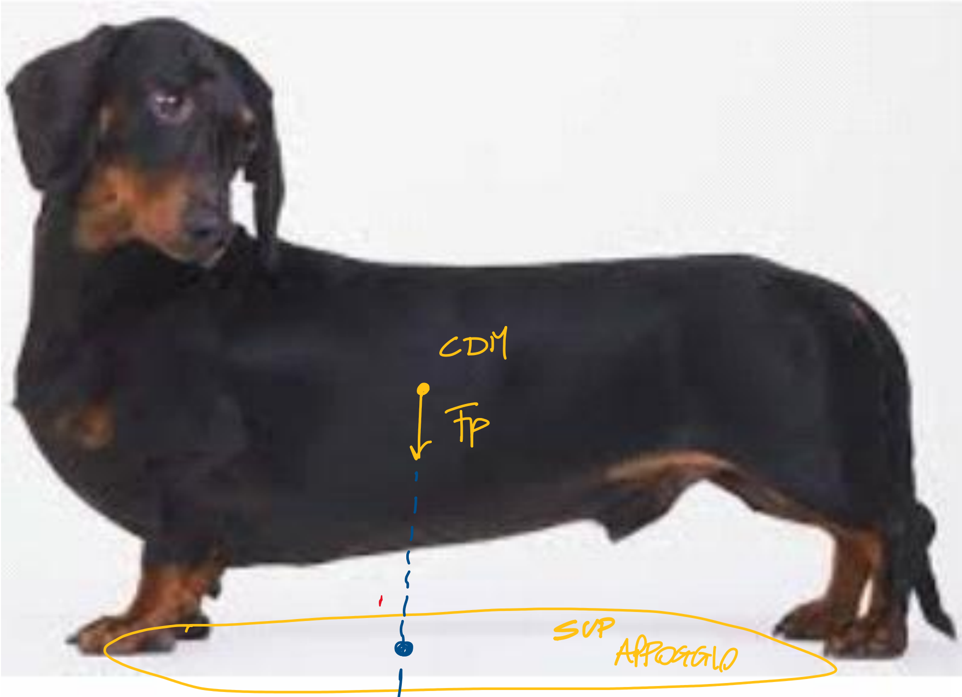
PROIEZIONE Fp è al limite della sup. di appoggio

⇓

Il levriero può perdere l'equilibrio in modo molto efficiente

⇓

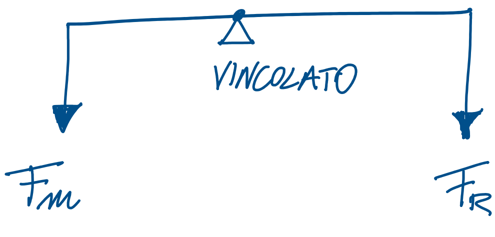
può scattare molto facilmente



→ Proiezione della F_p molto più centrale nella sup. d'appoggio ⇒ ENORME EQUILIBRIO

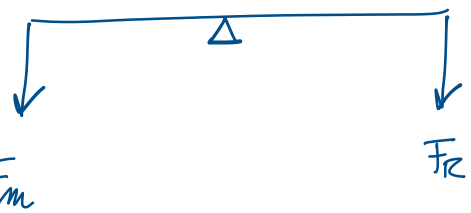
LEVE BIOMECCANICHE

Leva: sistema vincolato che sposta energia



Vincolo; F_m = forza motrice; F_R = forza resistiva

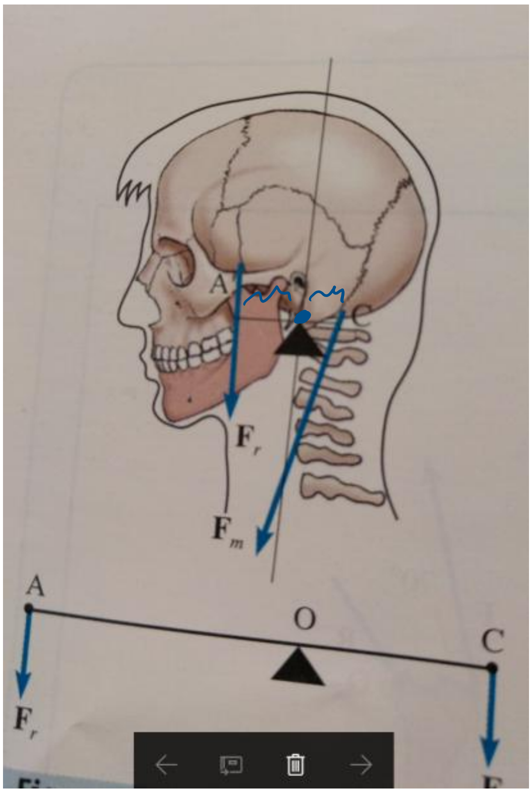
LEVA DI PRIMO GENERE



Una leva sarà in equilibrio quando $\boxed{\vec{M}^{RIS}_{EST} = \vec{0}}$

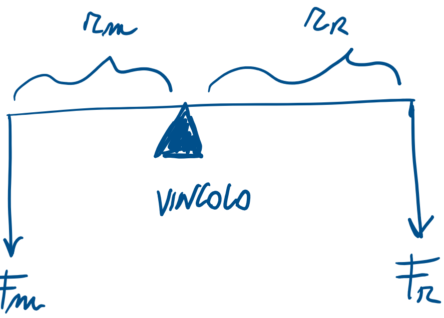
ESEMPIO:

Muscoli splenici



Equilibrio:

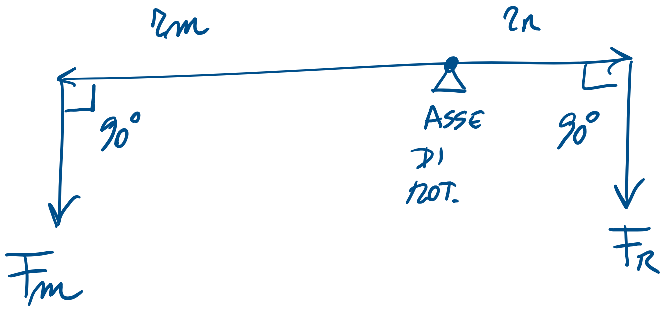
$$\begin{cases} \vec{F}^{RIS} = \vec{0} \\ \vec{M}^{RIS} = \vec{0} \end{cases}$$



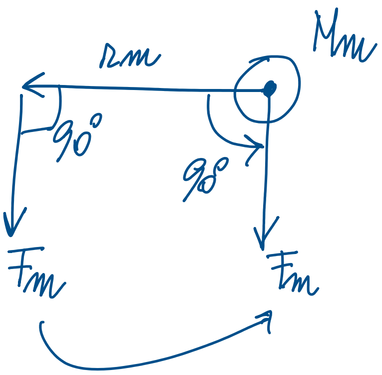
$F_m \rightarrow$ F. peso della Testa

$F_R \rightarrow$ f. muscoli splenici

$$\begin{cases} F_m = 80\ N & \text{(Peso cranio)} \\ r_m = 8\ cm \\ F_R = ? \\ r_R = 2\ cm \end{cases}$$



M_m :

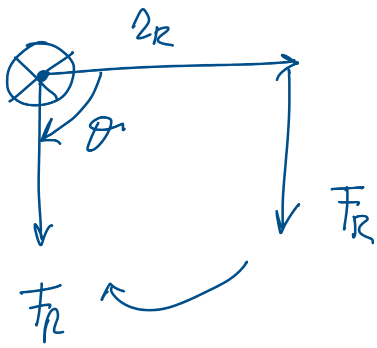


$r_m \circlearrowleft F_m$ senso antiorario

$M_m > 0$

$$M_m = r_m F_m \sin \underbrace{\theta}_{\substack{\uparrow \\ 90^\circ \\ 1}} = r_m F_m$$

M_R



$r_R \circlearrowright F_R$ senso orario

$M_R < 0$

$$M_R = -r_R F_R \underbrace{\sin\underbrace{\vartheta}_{90°}}_{1} = -r_R F_R$$

Per essere in equilibrio devo imporre che $M_{EST}^{RIS} = 0$

$$M_m + M_R = 0 \Rightarrow r_m F_m - r_R F_R = 0$$

$$r_R F_R = r_m F_m$$

$$\boxed{F_R = \frac{r_m}{r_R} F_m}$$

$$F_R = \frac{8\,\cancel{10^{-2}}}{2\,\cancel{10^{-2}}} F_m \Rightarrow \boxed{F_R = 4 F_m}$$

La forza nei muscoli splenici è 4 volte maggiore della forza peso della Testa!

$$\boxed{F_R = 4 \cdot 80 = 320\,N}$$