

DINAMICA

- Forze
- Prima legge di Newton (legge di inerzia)
- Seconda legge della dinamica
- Terza legge di Newton
- Forza peso e Legge di gravitazione universale
- Reazione vincolare
- Forza elastica
- Tensione
- Forze di attrito statico e dinamico

CINEMATICA —————>

Studio del moto degli oggetti

DINAMICA —————>

Spiega le cause del moto degli oggetti: perché una particella si muove in un modo piuttosto che in un altro?

Tutti i corpi per loro natura sono in uno stato di **QUIETE**, sono fermi rispetto a sistemi di riferimento (proprietà inerziale).

Il moto degli oggetti è determinato dai corpi che li circondano.

LE INTERAZIONI FONDAMENTALI

- Interazione gravitazionale
- Interazione debole
- Interazione elettromagnetica
- Interazione forte (o nucleare)

Interazioni = forze

LE FORZE

Forza : grandezza fisica correlata con l'accelerazione degli oggetti

Forza = «sforzo muscolare» —————> azione capace di modificare lo stato di moto dell'oggetto sul quale si esercita

Un corpo è soggetto all'azione di una forza (derivante dalla sua interazione con gli altri corpi che lo circondano) ogni volta che la sua velocità cambia nel tempo, ossia possiede un'accelerazione.

Forze A LUNGO RAGGIO: attive a grandi distanze

Forze A CORTO RAGGIO: attive solo quando c'è un contatto

DEFINIZIONE DI FORZA E UNITÀ DI MISURA

La forza è una grandezza vettoriale



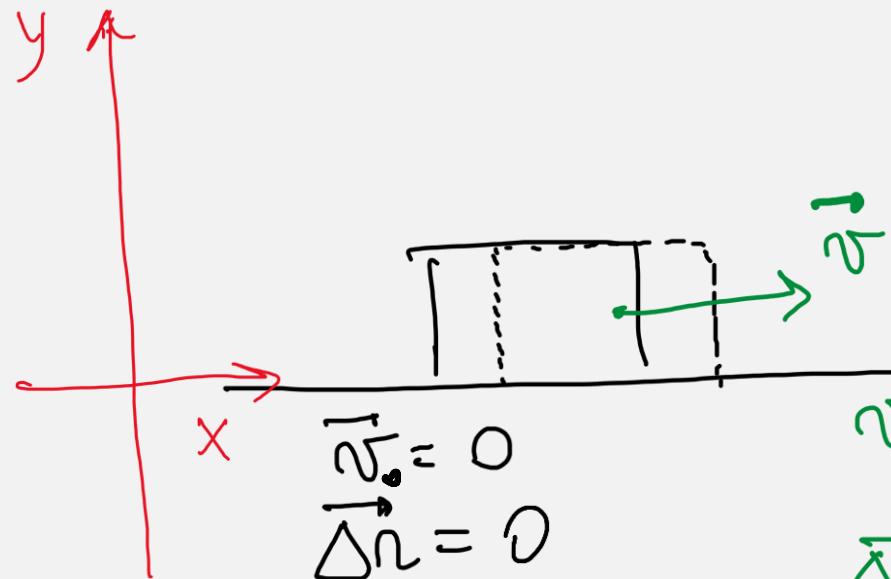
La forza possiede la stessa direzione e lo stesso verso dell'accelerazione; il suo modulo è proporzionale a quello dell'accelerazione

L'intensità della forza *non* descrive in maniera completa la forza stessa, ma occorre anche considerarne la *direzione* e il *verso*.

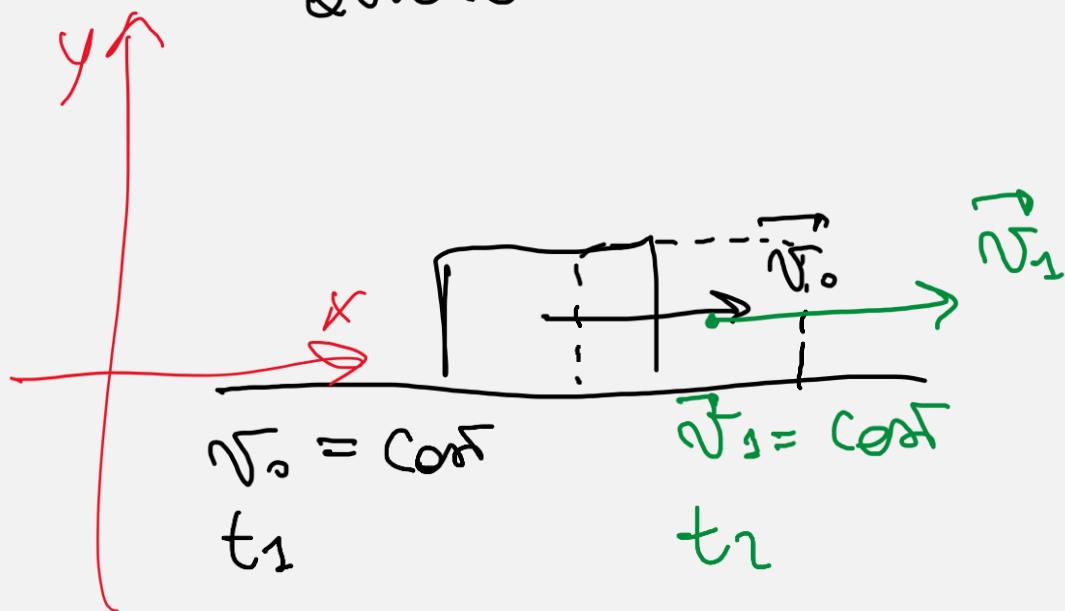
$$[F] = [MLT^{-2}]$$

unità di misura:

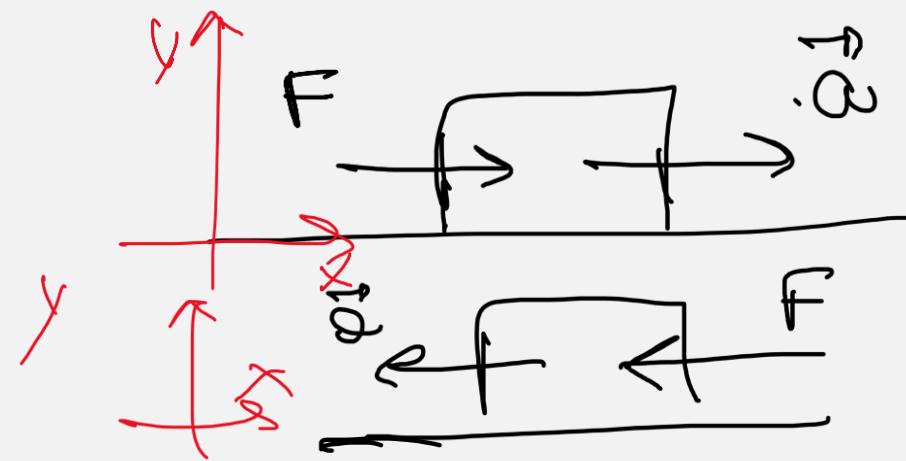
$$\underline{\text{Newton}} \ (N) = \underline{\text{kg}} \cdot \underline{\text{m}} \cdot \underline{\text{s}^{-2}}$$

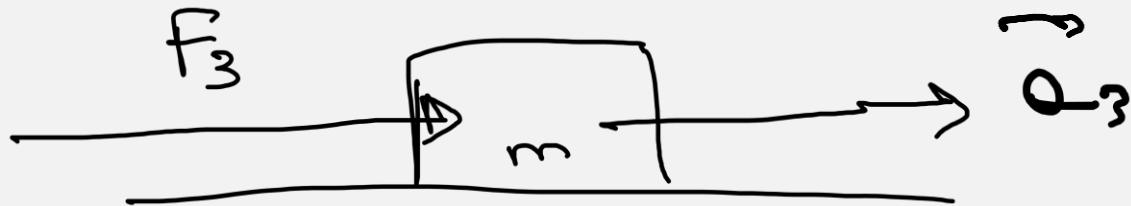
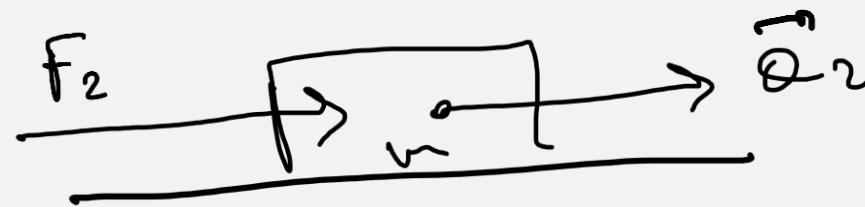
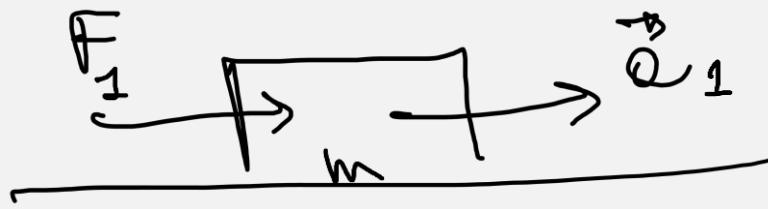


$$\vec{a} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$$



$$\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \vec{a}$$





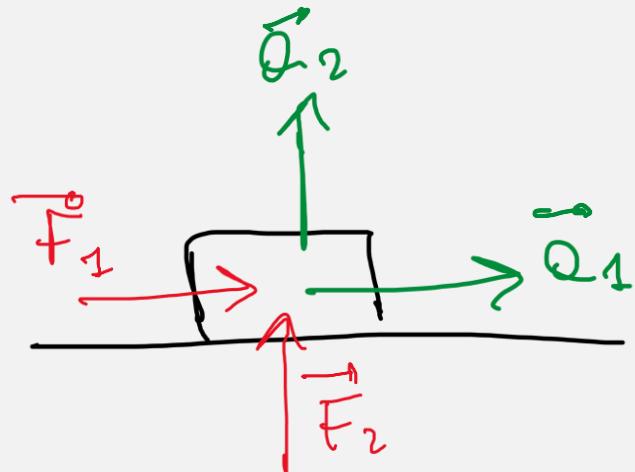
$$\begin{array}{l|l} F & a \\ \hline F_2 = 2F_1 & a_2 = 2a_1 \\ F_3 = 3F_1 & a_3 = 3a_1 \end{array}$$

DEFINIZIONE DI FORZA E UNITÀ DI MISURA

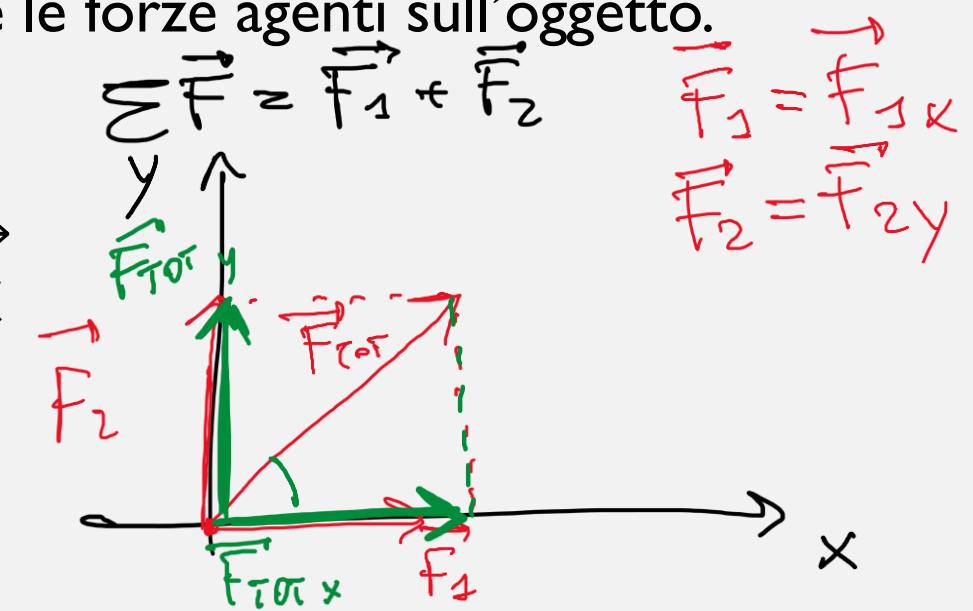
Forza totale (forza netta o risultante delle forze)

Quando su un oggetto agiscono più forze, il moto dell'oggetto è determinato dalla forza totale (o forza netta o risultante delle forze) agente sull'oggetto.

La forza totale è il vettore ottenuto sommando tutte le forze agenti sull'oggetto.



$$\boxed{\vec{F}_{TOT}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{1x} \vec{F}_{1y}$$
$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{2x} \vec{F}_{2y}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{\text{TOT}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{X} : \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} = \vec{F}_{\text{TOT}x} \\ \textcircled{Y} : \cancel{\vec{F}_{1y}} + \vec{F}_{2y} = \vec{F}_{\text{TOT}y} \end{array} \right.$$

EQ. VETTORIALI



$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{X} : \\ \textcircled{Y} : \end{array} \right.$$

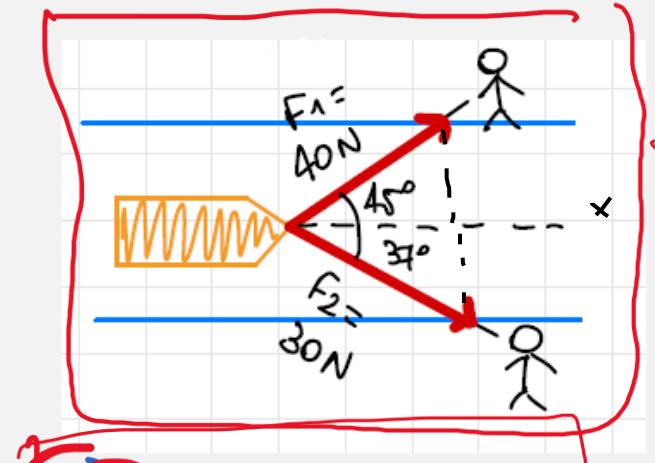
EQ. SCALARI

DEFINIZIONE DI FORZA E UNITÀ DI MISURA



Esempio

Calcolare la somma delle due forze che agiscono sulla barca mostrata in figura. $F_1 = 40\text{N}$, $F_2 = 30\text{N}$. Gli angoli formati da F_1 e F_2 sono rispettivamente di 45° e 37° .



$$F_{\text{TOT}} = F_{\text{TOT}x} + F_{\text{TOT}y}$$

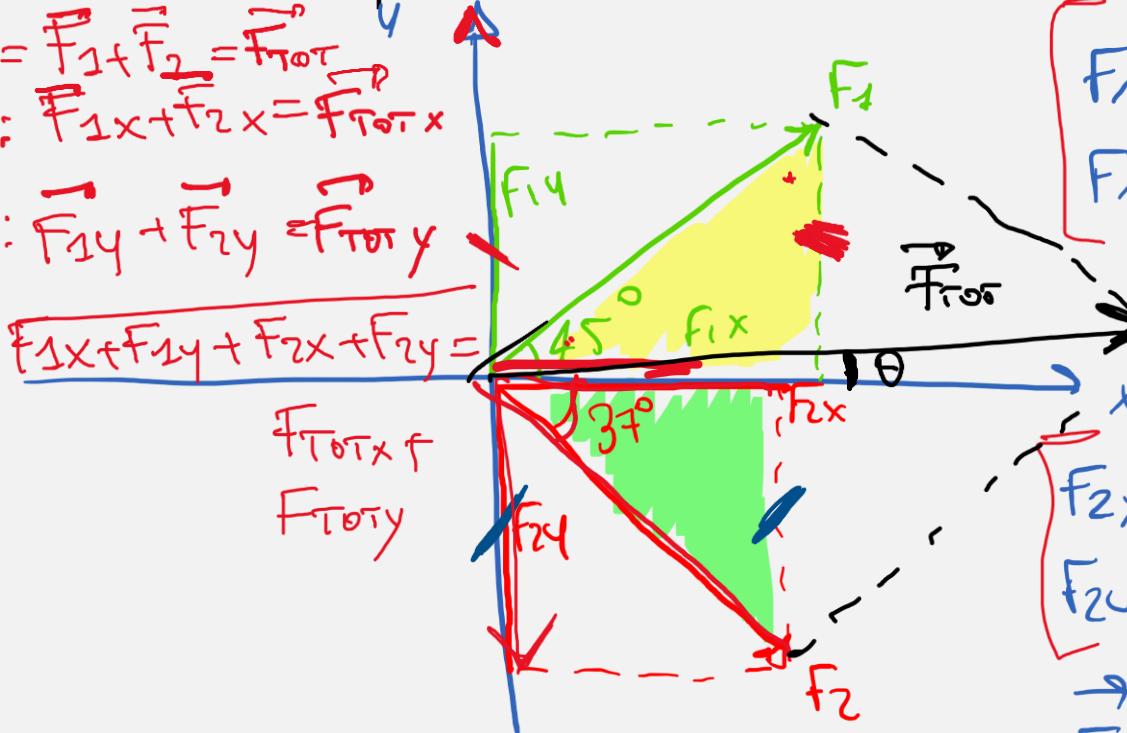
$$F_{\text{TOT}x} = F_1 x + F_2 x$$

$$F_{\text{TOT}y} = F_1 y + F_2 y$$

$$F_{\text{TOT}x} = 52.3\text{N}$$

$$F_{\text{TOT}y} = 10.2\text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{\text{TOT}y}}{F_{\text{TOT}x}} = \frac{10.2\text{N}}{52.3\text{N}} = 11^\circ$$



$$F_{1x} = F_1 \cos 45^\circ = 28.3\text{N}$$

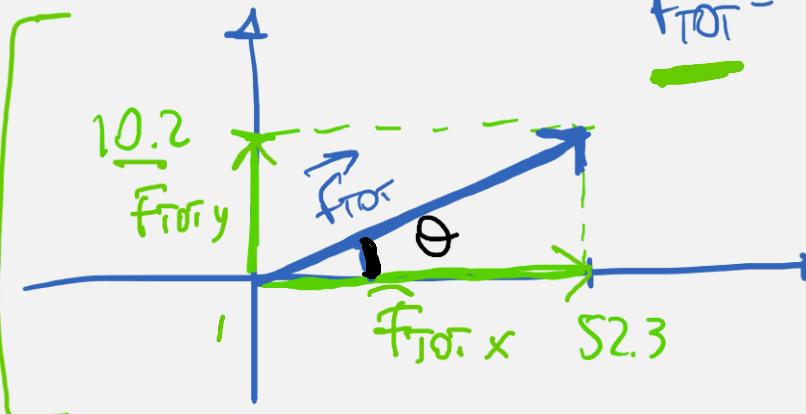
$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 28.3\text{N}$$

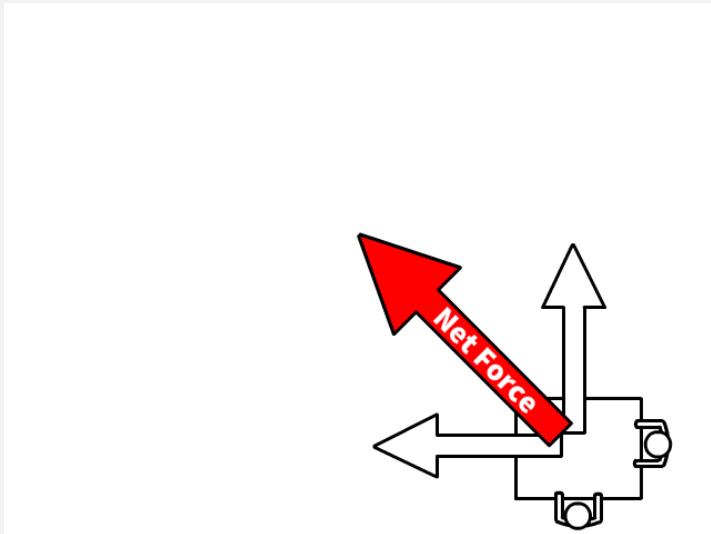
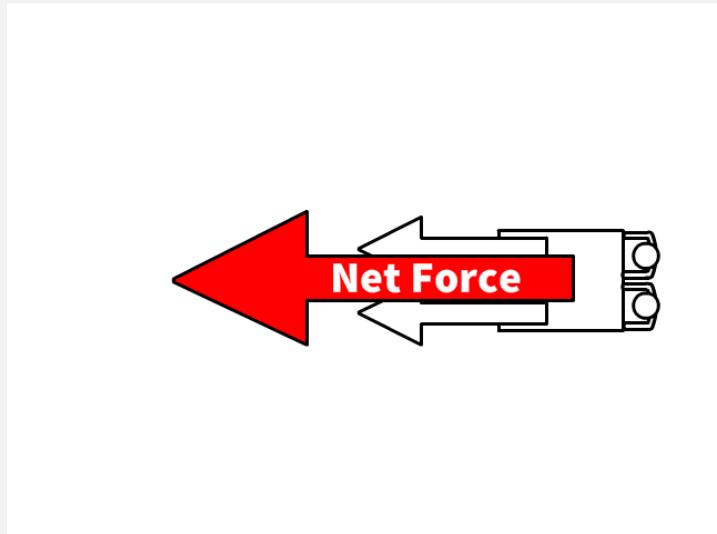
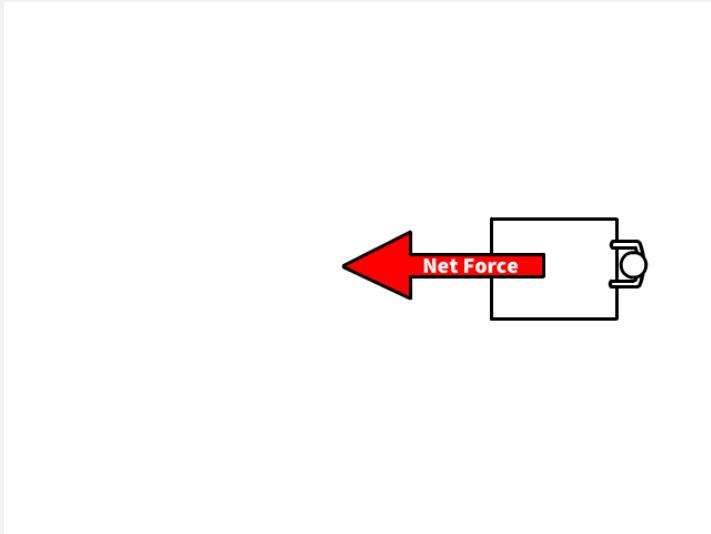
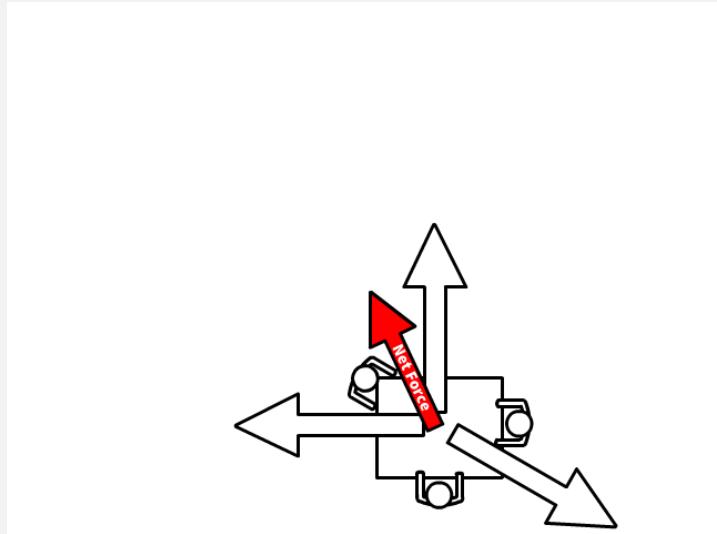
$$F_{2x} = F_2 \cos 37^\circ = 24\text{N}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin 37^\circ = 18.1\text{N}$$

$$F_{\text{TOT}} = \sqrt{F_{\text{TOT}x}^2 + F_{\text{TOT}y}^2} = 53.3\text{N}$$

$$F_{\text{TOT}} = \sqrt{52.3^2 + 10.2^2}$$





PRIMA LEGGE DELLA DINAMICA (LEGGE DI INERZIA)

In un sistema inerziale un corpo permane nel suo stato di quiete o nel suo stato di moto rettilineo uniforme se non soggetto a forze o se soggetto a forze la cui risultante è nulla.

$$\vec{F} \equiv 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \text{costante}$$

In fisica, inerzia significa resistenza ai cambiamenti di velocità.

I sistemi di riferimento in cui vale la prima legge di Newton sono chiamati SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI

STATO NATURALE

QUIETE (FERMO) $\vec{v} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{v} = 0 \quad \vec{a} = 0$

MOTO RETTILINEO UNIFORME $\vec{v} = \text{cost} \Rightarrow \Delta \vec{v} = 0 \quad \vec{a} = 0$

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO $\vec{F} = 0$

CONCETTO DI MASSA

CONCETTO DI MASSA: misura dell'inerzia di un corpo. Misura della quantità di materia che costituisce l'oggetto

Quanta più massa ha un corpo, tanto più difficile è cambiare il suo moto. È più difficile fermarlo quando si muove, o deviarne il percorso, o farlo muovere quando è fermo

Nel SI la misura della massa è il KILOGRAMMO (kg)

Inertia Keeps a Moving Object Moving

Frictional Force Not Inertia Stops Motion

SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA

$$\vec{F} \equiv m \vec{a}$$

Una forza genera un'accelerazione

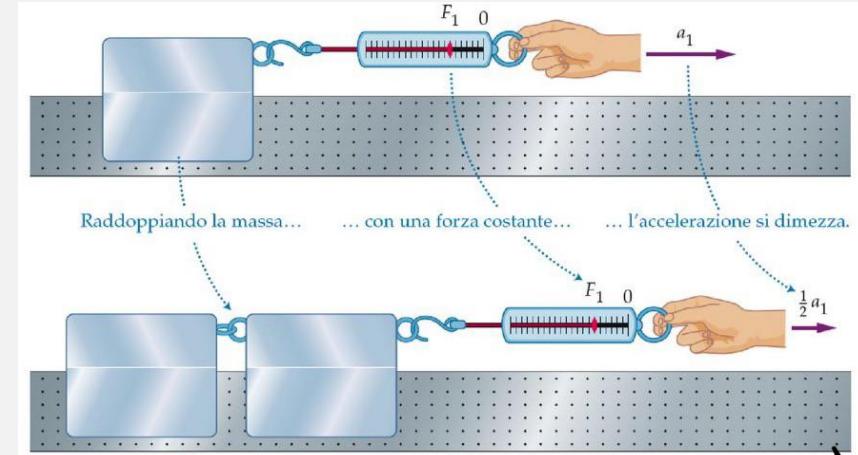
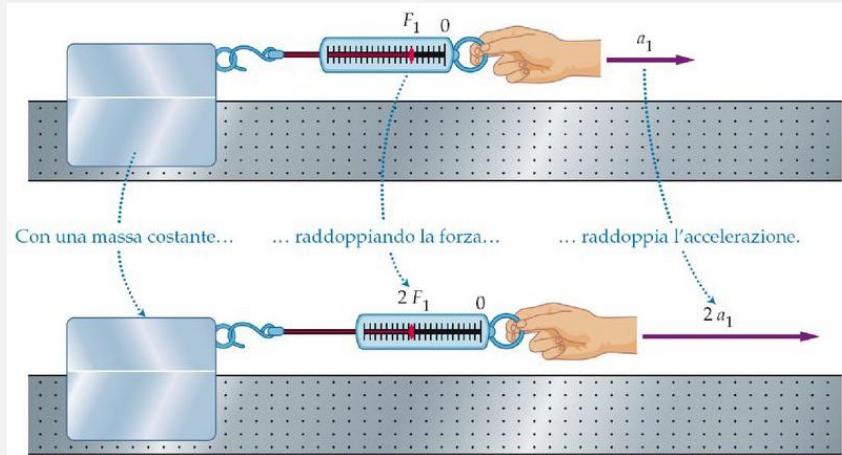
$$|\vec{F}| \quad |\vec{a}|$$

Sono proporzionali a meno di una costante che è la massa, o la massa inerziale.

Corpi diversi, sottoposti all'azione della medesima forza, acquistano accelerazioni diverse.

SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



$$\vec{a} \propto \vec{F}$$

$$\vec{a} \propto \frac{1}{m}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum \vec{F}$$

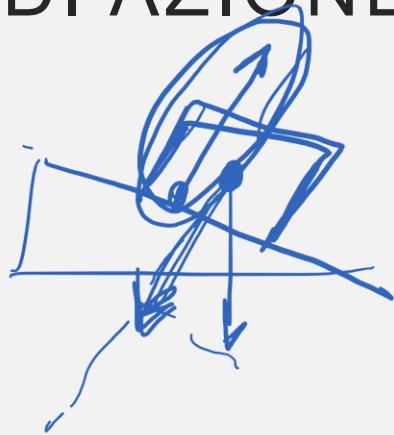
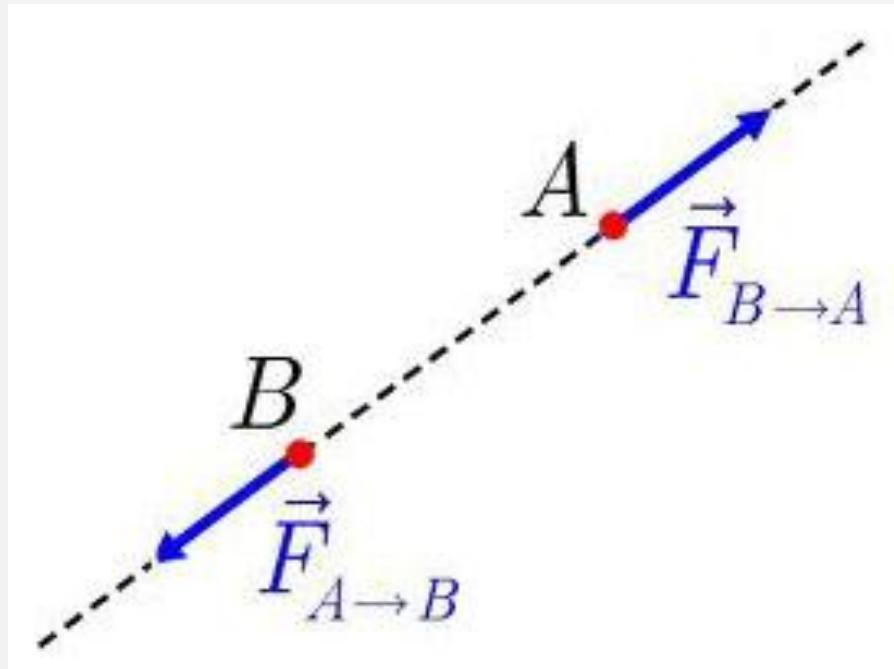
$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

L'accelerazione di un oggetto è direttamente proporzionale alla forza risultante che agisce su di esso ed è inversamente proporzionale alla sua massa

La direzione e il verso dell'accelerazione sono la stessa direzione e lo stesso verso della forza risultante che agisce sull'oggetto

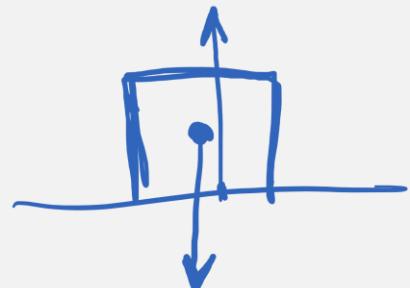
TERZA LEGGE DELLA DINAMICA (PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE)

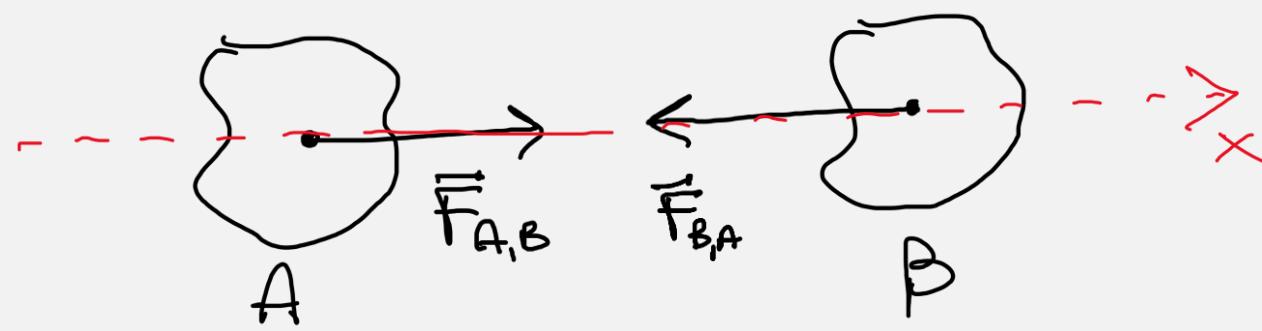
Se un corpo A esercita una forza \vec{F} su un corpo B, allora B eserciterà su A una forza di uguale modulo e direzione, ma verso opposto.



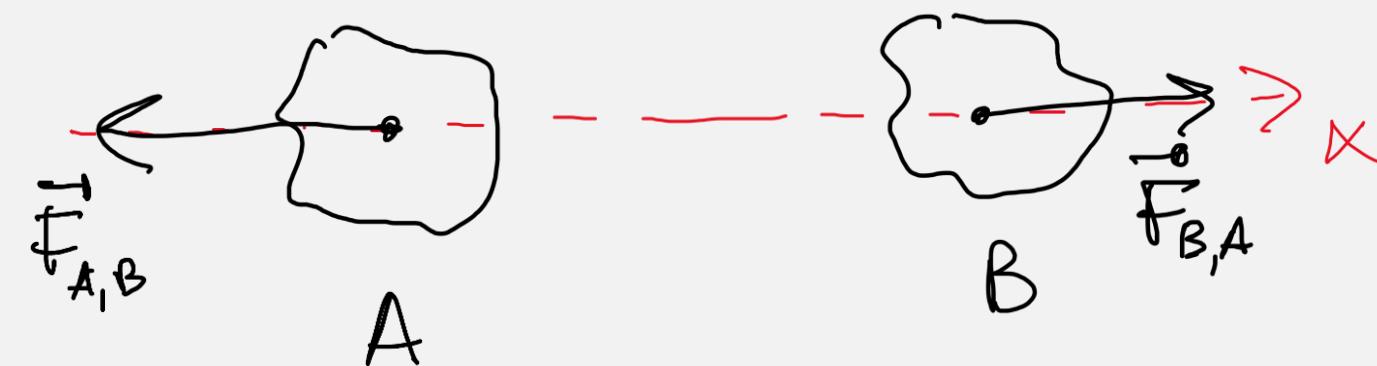
COPPIA DI FORZE: forza di azione e forza di reazione.

Quando un oggetto esercita una forza su un secondo oggetto, il secondo esercita una forza uguale in modulo e direzione, ma di verso opposto, sul primo





INTERAZIONE
ATTRATTIVA

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$


INTERAZIONE
REPULSIVA

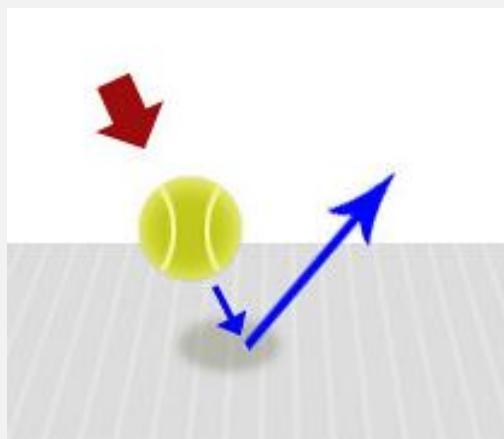
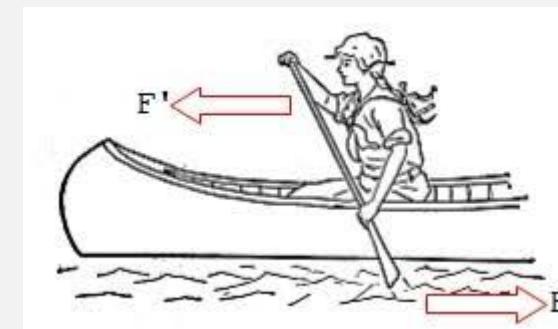
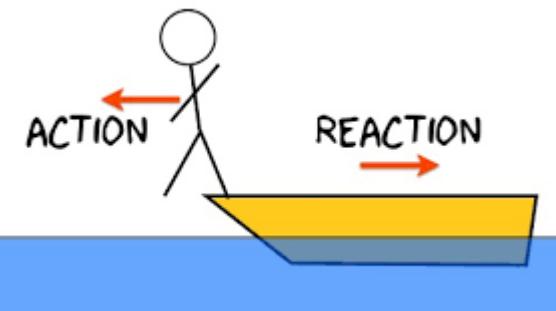
$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$

TERZA LEGGE DELLA DINAMICA (PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE)

► Per esempio, quando camminiamo spingiamo indietro il terreno.



► Il suolo ci spinge in avanti con una forza, uguale e opposta.

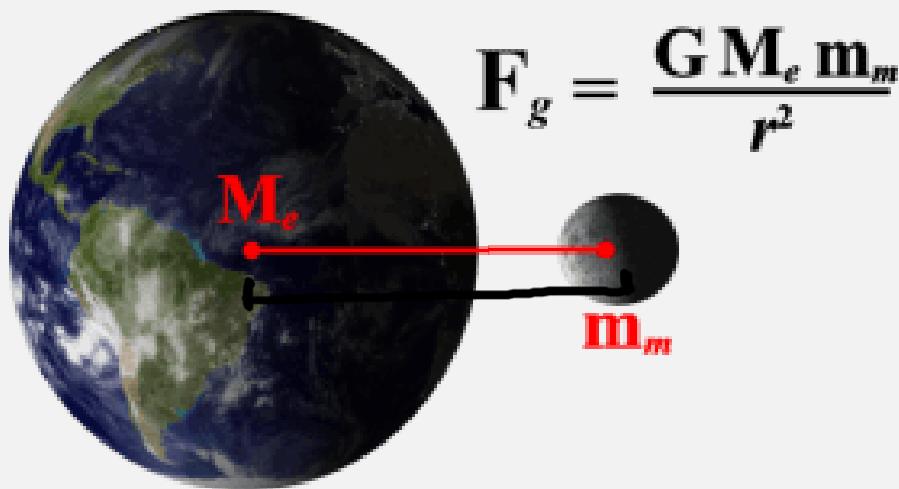
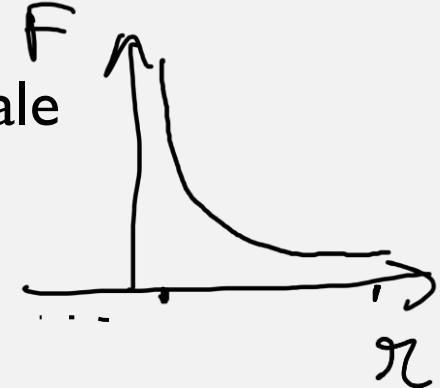


ESEMPI DI FORZE

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE E FORZA PESO

$$\vec{F} = G \frac{m_A m_B}{r^2}$$

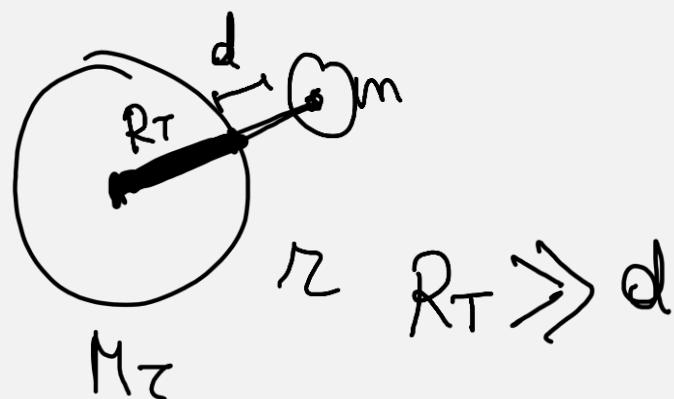
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2} \quad G = \text{costante gravitazionale}$$



$$F_g = \frac{G M_e m}{r^2}$$

Corpo in prossimità della superficie terrestre: la distanza fra il corpo e il centro della Terra è praticamente identica al valore medio del raggio terrestre $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

La massa terrestre è $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$



$$F = G \frac{M_T m}{R_T^2}$$

$$= m \left(\frac{G M_T}{R_T^2} \right)$$

Valori qualsiasi costanti corpo per in della superficie terrestre

ESEMPI DI FORZE

LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE E FORZA PESO

$$\frac{GM_T}{R_T^2} = \textcircled{g}$$

Campo gravitazionale $\vec{g} \rightarrow \vec{Q}$
vicino alla superficie
terrestre

Quanti N di forza
gravitazionale sono esercitati
su un corpo per ogni kg di
massa del corpo

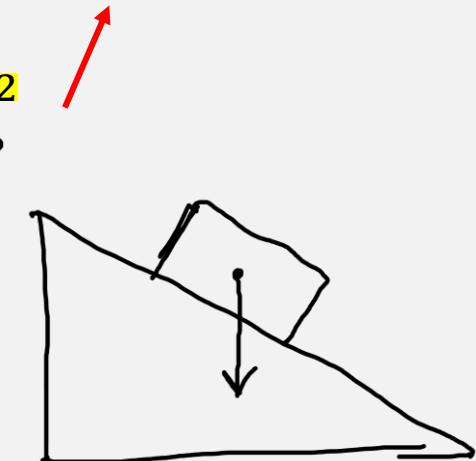
$$g = \frac{GM_T}{R_T^2} = \left[\frac{(6.674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}) \cdot (5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(6.37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \right] \approx 9.8 \text{ N/kg} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \left(\frac{GM_T}{R_T^2} \right) = mg$$

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

La FORZA PESO (o PESO) è la forza relativa all'attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra sui corpi in vicinanza della superficie terrestre; è diretta secondo la verticale (direzione) ed orientata verso il basso (verso).

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}}$$



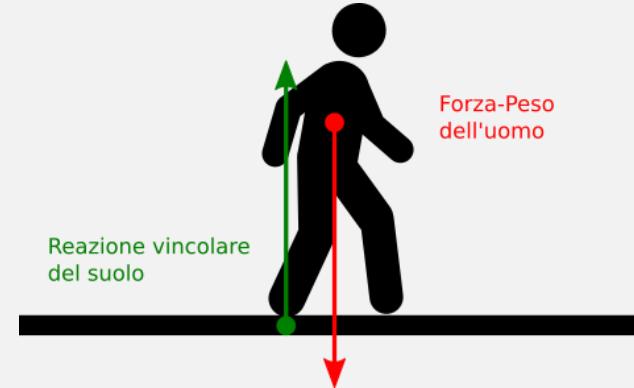
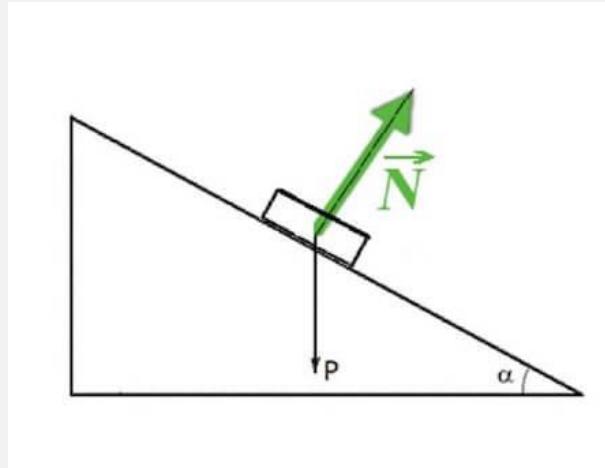
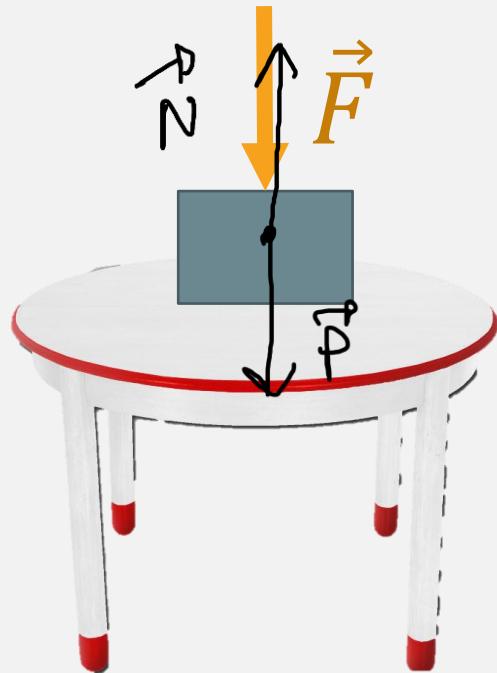
PESO: grandezza vettoriale.

MASSA: grandezza scalare, caratteristica del corpo, il cui valore non dipende dalla posizione di altri oggetti che gli sono attorno.

ESEMPI DI FORZE REAZIONE VINCOLARE (O FORZA NORMALE)

\vec{R}_v

\vec{N}



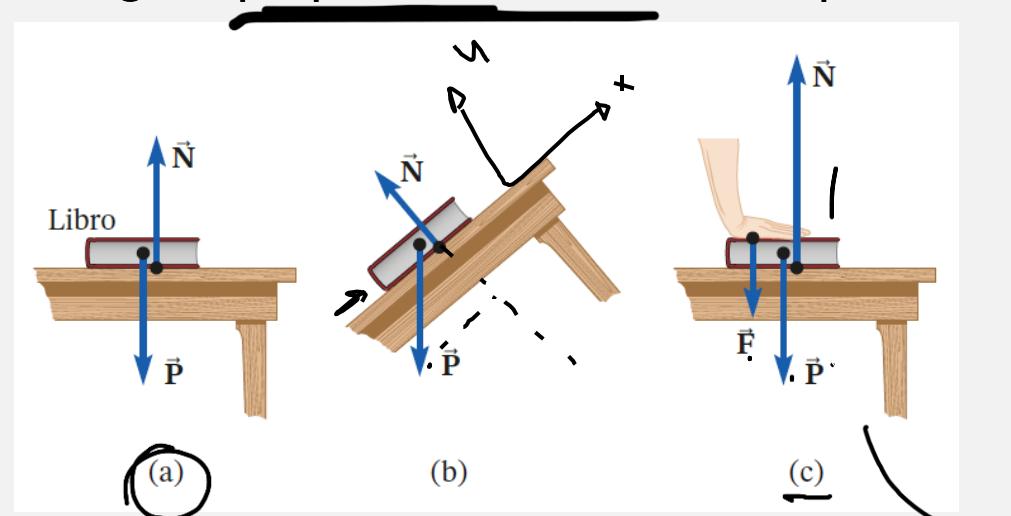
I vincoli cui è soggetto il corpo possono esercitare essi stessi delle forze.
L'azione del vincolo è rappresentata da una forza detta reazione vincolare.

ESEMPI DI FORZE

REAZIONE VINCOLARE (O FORZA NORMALE)

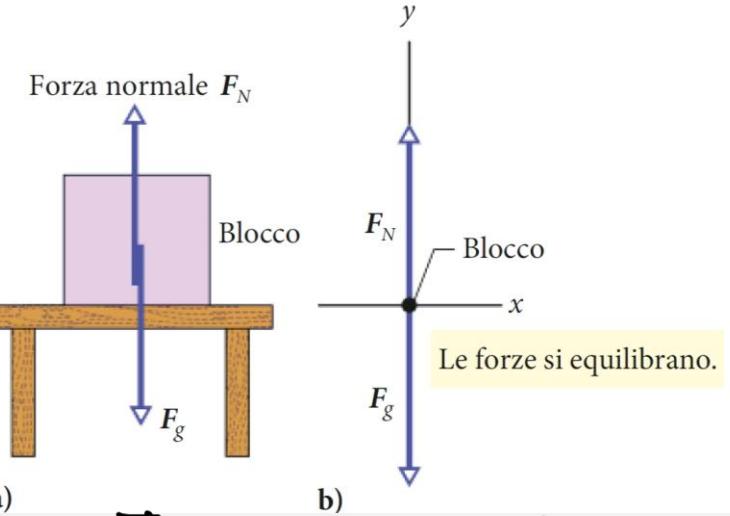
FORZA VINCOLARE DI APPOGGIO

Forza che agisce perpendicolarmente alla superficie di contatto fra due corpi



La forza normale è quella esercitata dal tavolo sul blocco.

La forza di gravità agente sul blocco è dovuta all'attrazione terrestre.



La forza normale ha sempre direzione perpendicolare alla superficie di contatto e la sua intensità può essere ricavata solo dopo aver analizzato tutte le altre forze in gioco

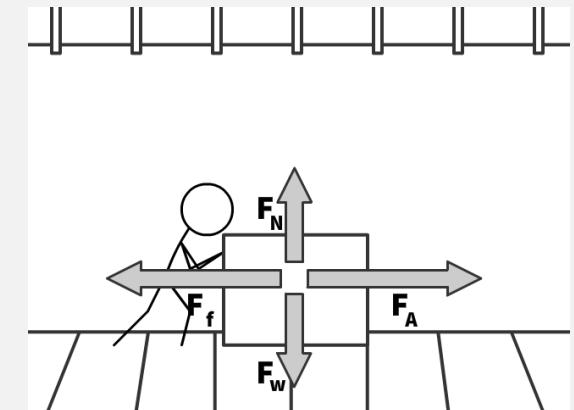
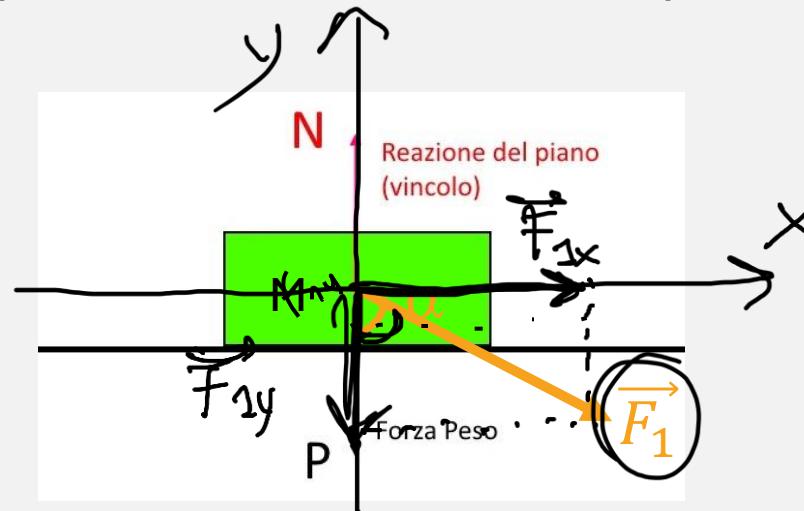
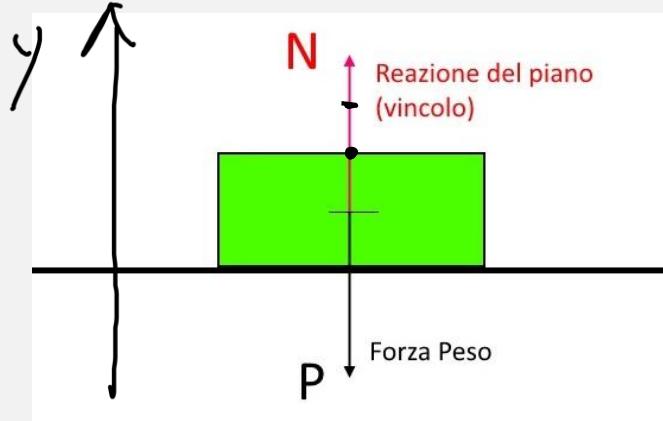
la reazione vincolare è sempre ortogonale alla superficie che costituisce il vincolo ed è uscente da essa

ESEMPI DI FORZE

REAZIONE VINCOLARE (O FORZA NORMALE)

FORZA VINCOLARE DI APPOGGIO

Forza che agisce perpendicolarmente alla superficie di contatto fra due corpi



Il corpo è in equilibrio, quindi la somma delle forze che agiscono su di esso sarà pari a zero:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{N} + \vec{P} = 0$$

$$\vec{N} = -\vec{P}$$

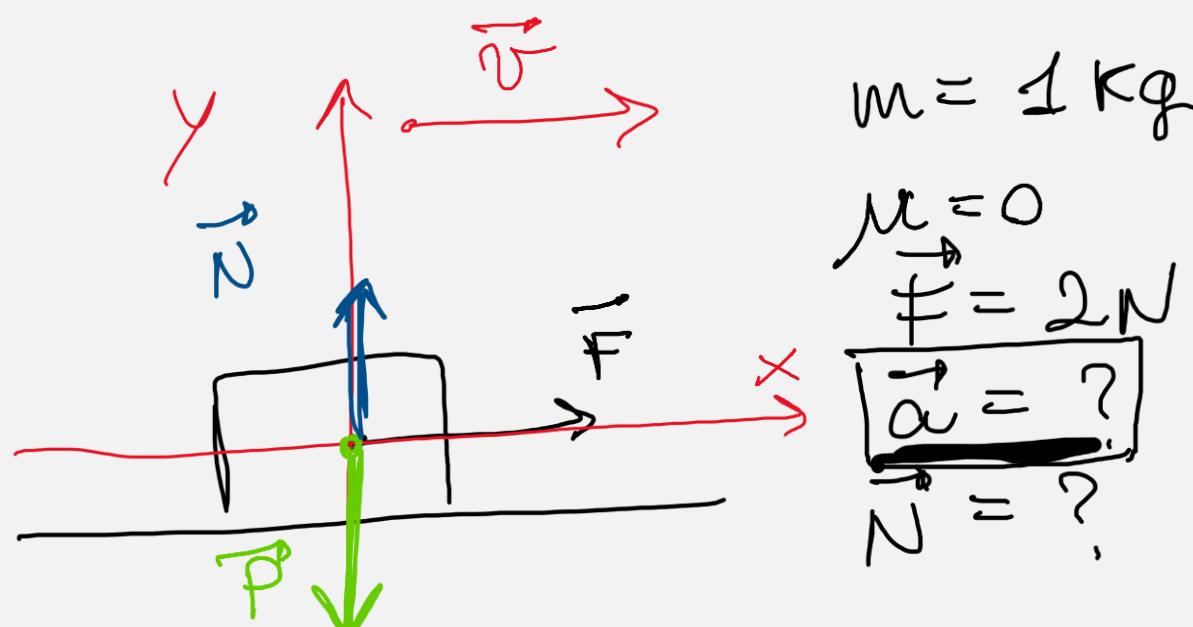
$$\vec{N} = -m\vec{g}$$

Oltre alla forza peso, c'è una forza esterna \vec{F}_1 che è obliqua e forma un angolo α con l'asse verticale:

Se il corpo è in equilibrio, la reazione vincolare sarà data dalla somma di forza peso e componente verticale di \vec{F}_1 :

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$|\vec{N}| = F_1 \cos \alpha + P$$



$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

①

$$\underbrace{P + N + F}_{\sum \vec{F}} = m \cdot \vec{a}$$

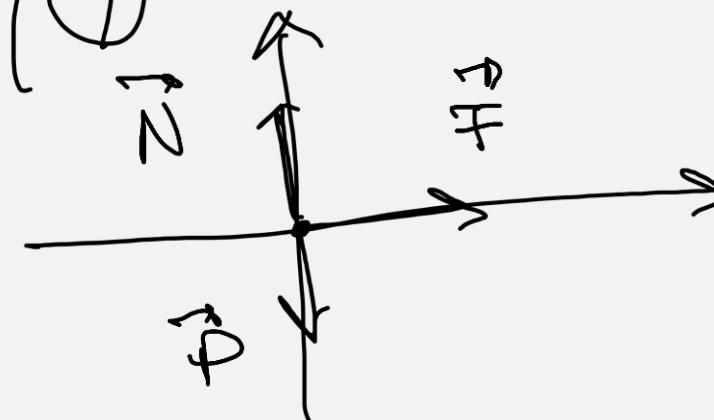
②

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} : F = m \cdot a_x \\ \textcircled{2} : P + N = m \cdot a_y = 0 \end{array} \right\}$$

$$a_x = \frac{F}{m} = \frac{2N}{1\text{kg}} = \underline{\underline{2 \text{ m/s}^2}}$$

$$N = P = m \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N}$$

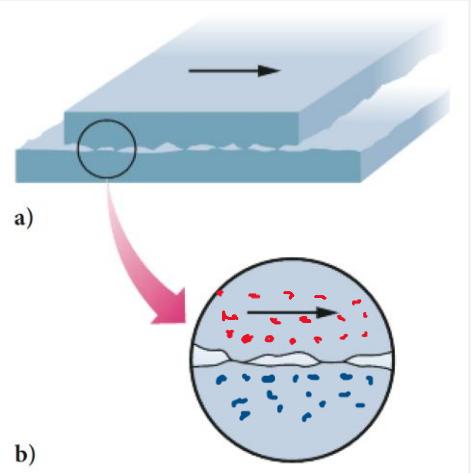
$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{3} : F = m \cdot a_x \\ \textcircled{4} : -P + N = 0 \end{array} \right\}$$



ESEMPI DI FORZE

FORZA DI ATTRITO STATICO

FORZE DI COESIONE



FORZE DI ADESIONE

Forza che agisce parallelamente alla superficie di contatto e si oppone al movimento di un **corpo fermo rispetto alla superficie**

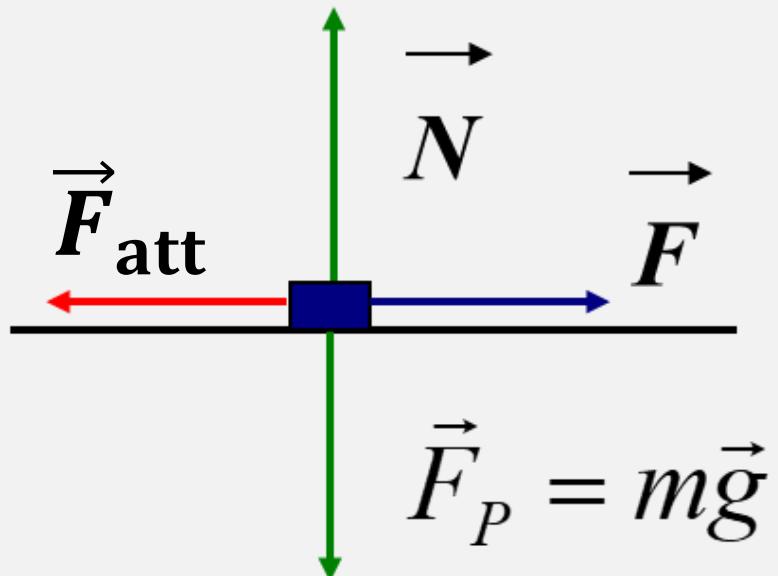
Corpo su piano orizzontale sottoposto a una forza \vec{F} ma non si muove: $\vec{F} = \vec{A}_S$

$$\vec{F} \leq \vec{F}_{\text{att max}} = \mu_S \vec{F}_P = \mu_S \vec{N}$$

Piano di appoggio orizzontale:

$$|\vec{F}_P| = |\vec{N}| = mg \quad \vec{F}_P = -\vec{N}$$

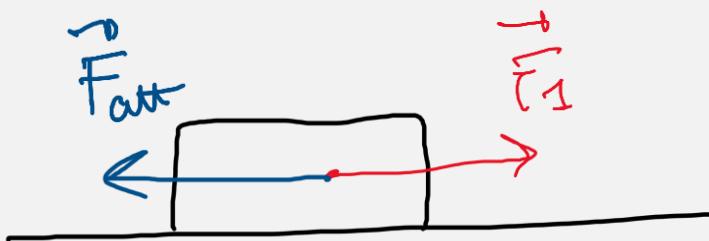
$$F_{\text{att}} = \mu_S N$$



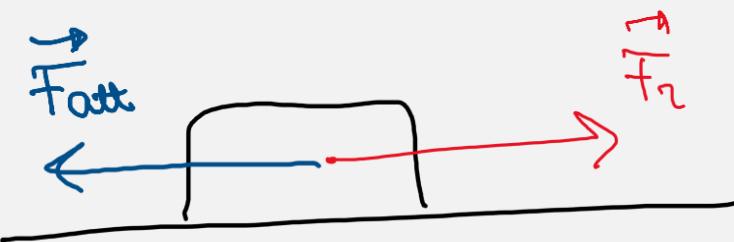
$$0 \leq \vec{F}_{\text{att}} \leq \mu_S \cdot N$$

QUIETE $\Rightarrow \vec{E}_F = 0$

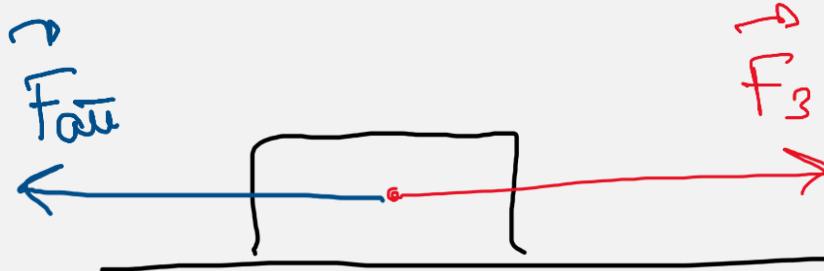
$$\vec{F}_{\text{ext}} = \boxed{0}$$



$$\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_1$$



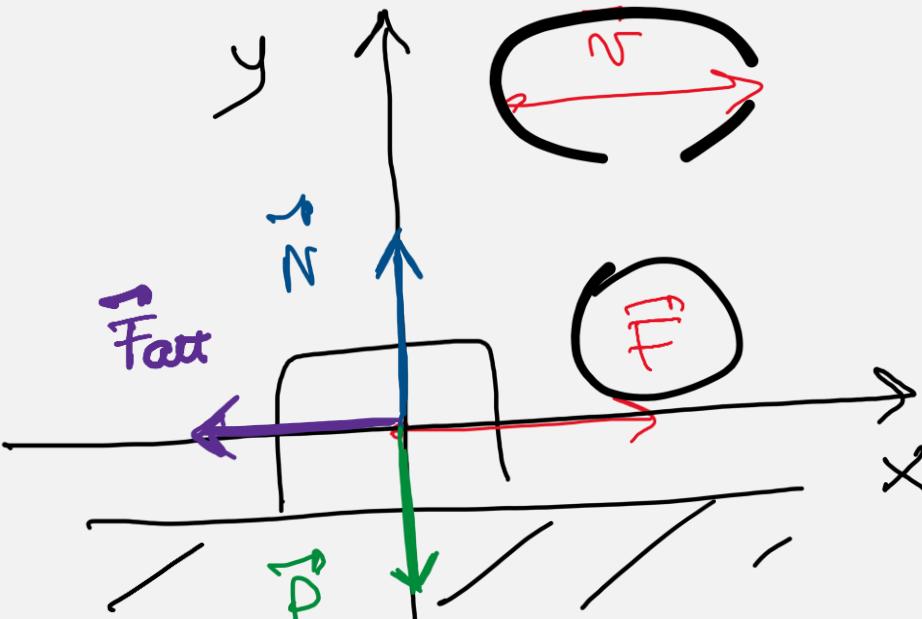
$$\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_2$$



$$\vec{F}_{\text{ext}} = \vec{F}_3$$

LIMIT !!!

$$\mu_s \cdot N = \vec{F}_{\text{ext, max}}$$



$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\mu_s = 0.5$$

$$F = 12 \text{ N}$$

$$\vec{a} = ?$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{au}} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

$$\boxed{\vec{F}_{\text{au}} = \mu_s \cdot \vec{N}}$$

$$\textcircled{x}: \vec{F} + \vec{F}_{\text{au}} = m \cdot \vec{a}_x$$

$$\textcircled{y}: \vec{P} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}_y = 0$$

$$a_x = \frac{F - (\mu_s \cdot N)}{m} = \frac{12 - (0.5 \cdot 10)}{1} = 7 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} F - F_{\text{au}} = m \cdot a_x \\ -P + N = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F - (\mu_s \cdot N) = m \cdot a_x \\ N = P = m \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N} \end{cases}$$

ESEMPI DI FORZE

FORZA DI ATTRITO STATICO

Equilibrio → la risultante delle forze è pari a 0

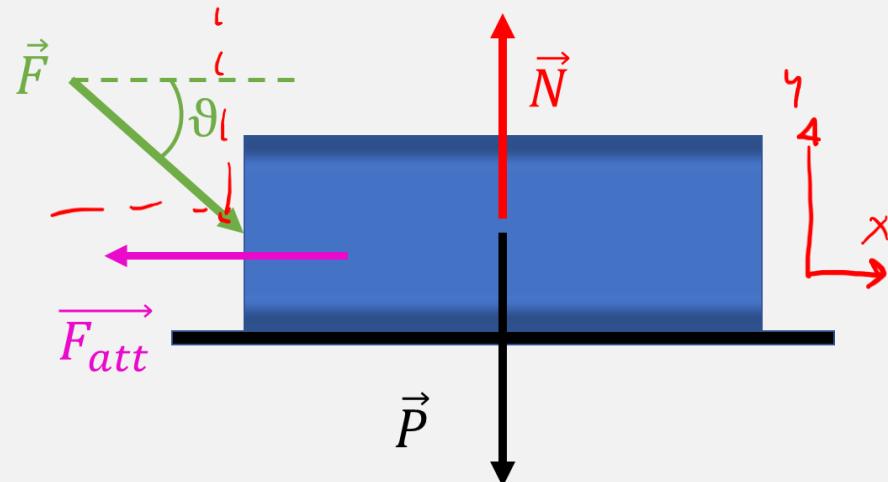
$$\sum \vec{F} = 0$$

Lungo l'asse x → componente della forza peso orizzontale ($F \cos \theta$) e forza di attrito (\vec{F}_{att})

$$\underline{F \cos \theta - F_{att} = 0}$$

Lungo l'asse y → reazione vincolare e componente della forza peso ~~F_g~~ verticale ($F_g \sin \theta$):

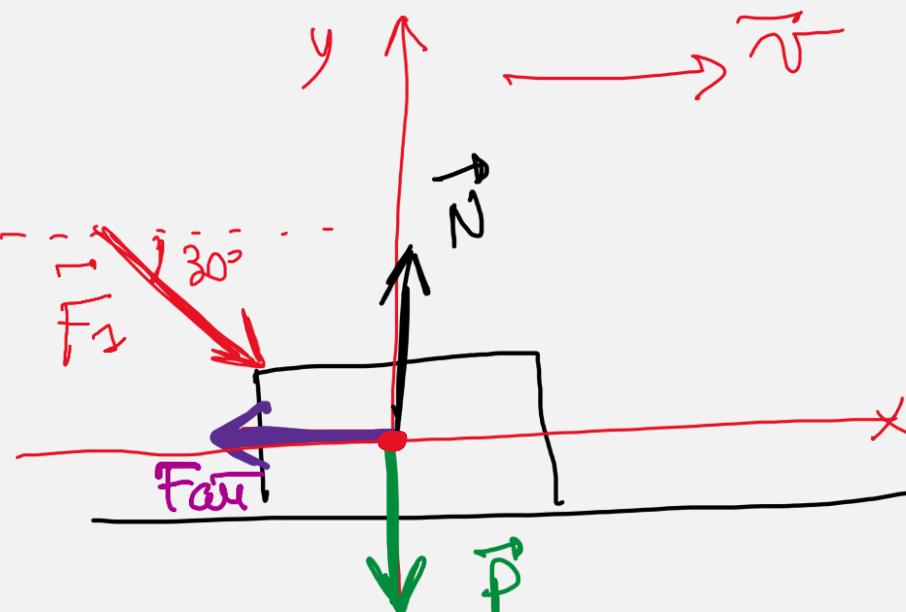
$$mg + F \sin \theta - N = 0 \rightarrow F \sin \theta + mg = N$$



$$\sum F_x = \mu \sigma_x = 0$$

$$\sum F_y = \mu \sigma_y = 0$$

$$\mu_s = \frac{F_{att}}{N} \quad \mu_s = \frac{F \cos \theta}{F \sin \theta + mg}$$

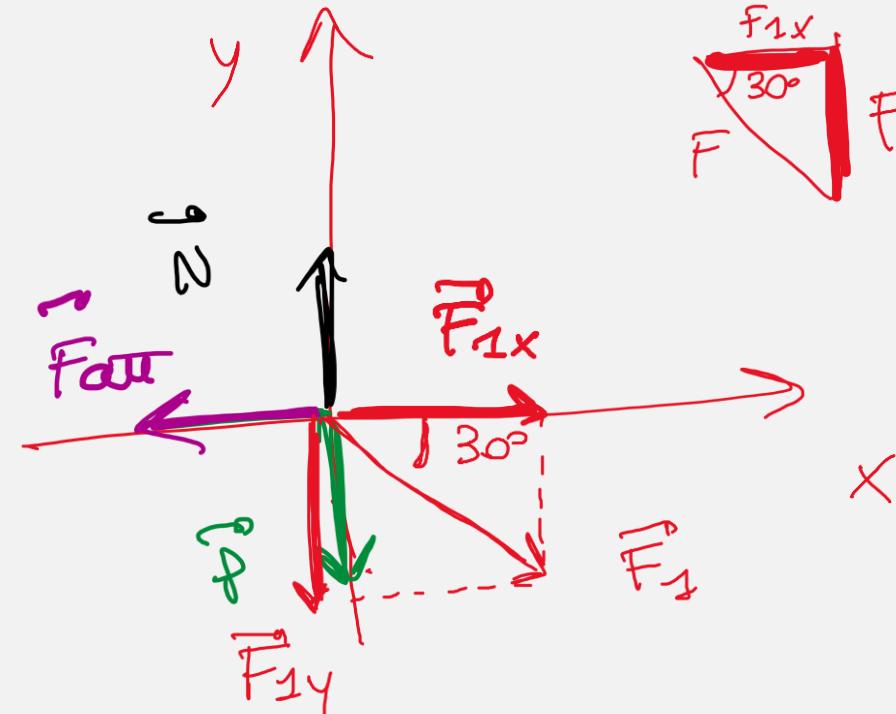


$$m = 20 \text{ kg}$$

$$\mu_s = 0,5$$

$$\vec{a} = 0$$

$$\vec{F}_1 = ?$$



$$\sum \vec{F} = 0 \quad \vec{N} + \vec{F}_{\text{aux}} + \vec{P} + \vec{F}_1 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{\text{aux}} = 0 \\ \textcircled{y} : \vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_{1y} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : F_1 \cos 30^\circ = \mu \cdot N \\ \textcircled{y} : N = P + (F_1 \cdot \sin 30^\circ) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : F_1 \cdot \cos 30^\circ - (\mu \cdot N) = 0 \\ \textcircled{y} : N - P - (F_1 \cdot \sin 30^\circ) = 0 \\ \textcircled{u} : F_1 \cdot \cos 30^\circ = \mu \cdot (P + F_1 \cdot \sin 30^\circ) \end{array} \right.$$

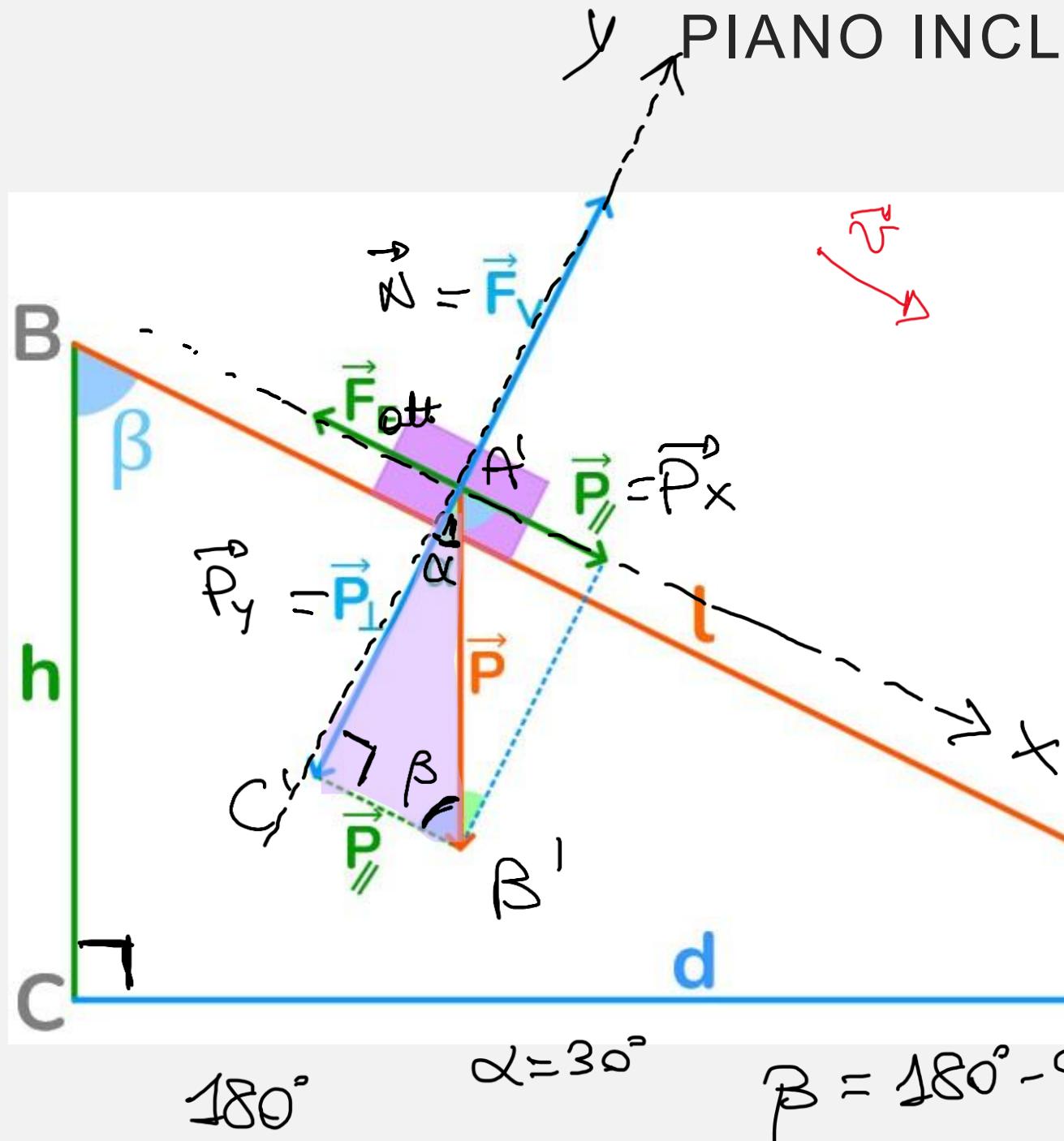
$$F_1 \cdot \cos 30^\circ = \mu \cdot P + \underbrace{\mu \cdot F_1 \cdot \sin 30^\circ}_{F_1}$$

$$\underline{F_1} \cdot \cos 30^\circ - \mu \cdot \underline{F_1} \cdot \sin 30^\circ = \mu \cdot P$$

$$F_1 (\cos 30^\circ - \mu \cdot \sin 30^\circ) = \mu \cdot P$$

$$F_1 = \frac{\mu \cdot P}{\cos 30^\circ - \mu \cdot \sin 30^\circ} = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 10}{0,616} = \underline{\underline{162 \text{ N}}}$$

PIANO INCLINATO

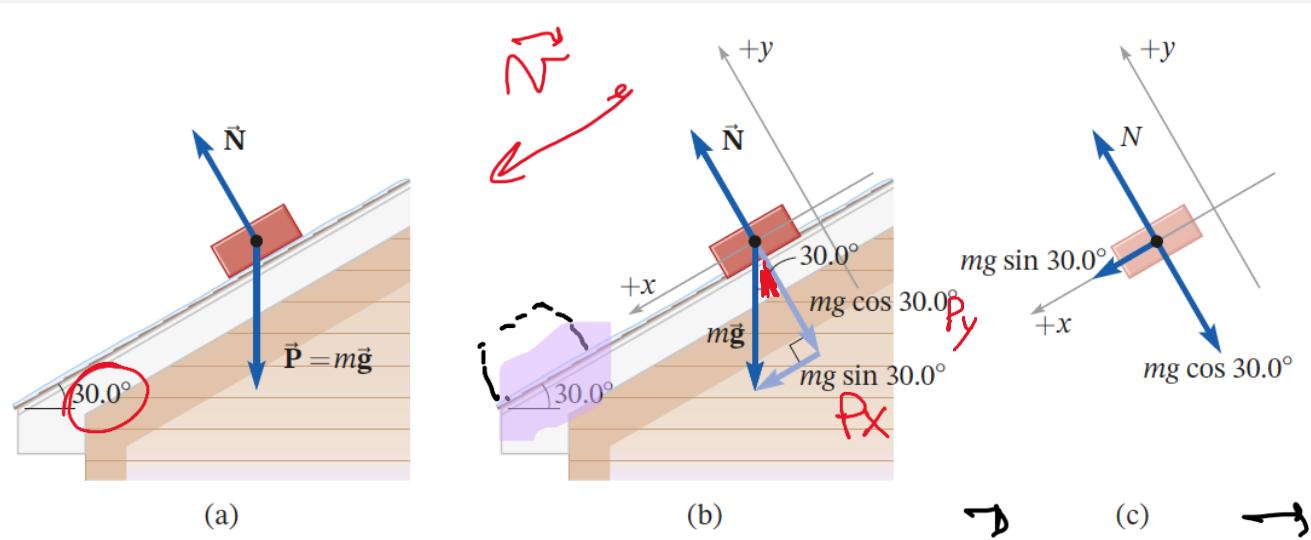


$\vec{F}_D, \vec{F}_{\text{att}}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$
 $\boxed{\begin{aligned} \overline{AC} : \vec{P}_\perp &= \overline{BC} : \vec{P}_\parallel = \\ &= \overline{AB} : \vec{P} \end{aligned}}$
 $\overline{ACB} = \overline{A'CB} = 90^\circ$
TRIANGOLI SIMILI
 $\circled{P_x} = P_\parallel = P \cdot \sin \alpha =$
 $= P \cdot \cos \beta$
 $\circled{P_y} = P_\perp = P \cdot \cos \alpha =$
 $= P \cdot \sin \beta$



Esempio

Un mattone con massa pari a 1kg scivola sulla superficie ghiacciata di un tetto, inclinato di 30° . Se il mattone parte da fermo, che velocità avrà dopo 0.9s, quando cioè avrà raggiunto il bordo del tetto? Si trascuri l'attrito.



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MRUA} \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \end{array} \right.$$

$$Q_x = \frac{P_x}{m} = \cancel{m \cdot g \cdot \sin 30^\circ} = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$v = Q \cdot t = 5 \cdot 0,9 = 4,5 \text{ m/s}$$

$$m = 1 \text{ kg}$$

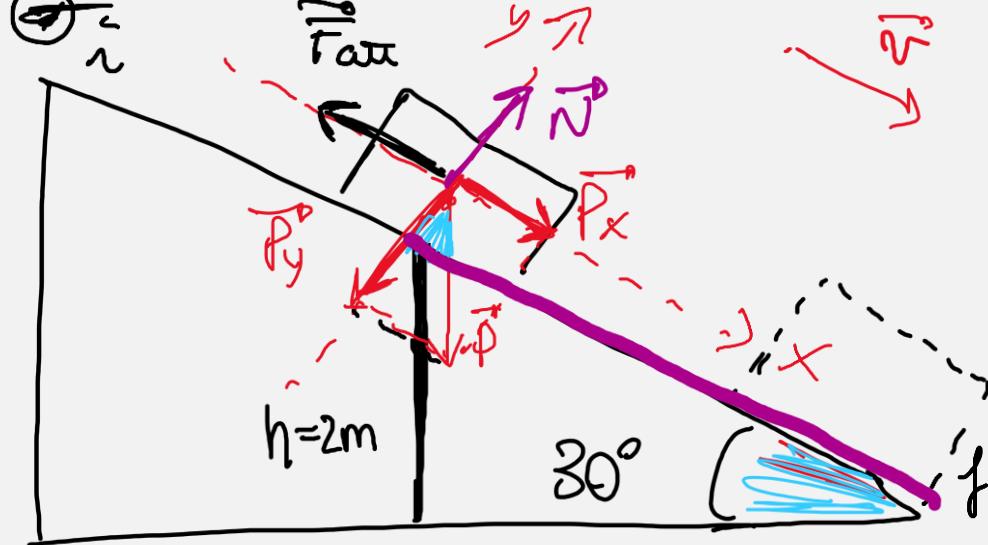
$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 0$$

$$v = ? \quad t = 0,9 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= m \cdot \vec{a} \\ \vec{N} + \vec{P} &= m \cdot \vec{a} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{X: } P_x = m \cdot a_x \\ \text{Y: } N - P_y = m \cdot a_y = 0 \end{array} \right.$$



$$M = 0,1 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$v_0 = 2 \text{ m/s}$$

- ① $v_f = ?$ (base, senza attrito)
- ② $v_f = ?$ (base, $\mu = 0,2$) MRUA

$$\rightarrow \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{Fatt} = m \cdot \vec{a}$$

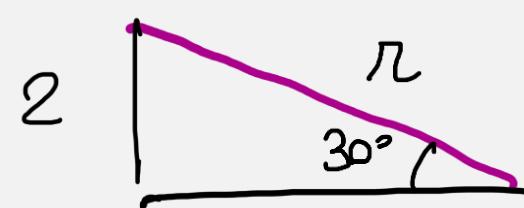
$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{X}: Fatt + \vec{P}_x = m \cdot \vec{a}_x \\ \textcircled{Y}: \vec{N} + \vec{P}_y = m \cdot \vec{a}_y = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{X}: -(\mu \cdot N) + (P \cdot \sin 30^\circ) = m \cdot a_x \\ \textcircled{Y}: N = P_y = P \cdot \cos 30^\circ = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = \end{array} \right.$$

$$a_x = \frac{-(\mu \cdot N) + (m \cdot g \cdot \sin 30^\circ)}{m}$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{X}: -(\mu \cdot N) + (P \cdot \sin 30^\circ) = m \cdot a_x \\ & \textcircled{Y}: N = P_y = P \cdot \cos 30^\circ = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = \\ & = 0,1 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ = 0,86 \text{ N} \\ & a_x = \frac{-(0,2 \cdot 0,86) + (0,1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2})}{0,1} = 3,28 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

→



$$r = \frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ m}$$

$$c_2 = \frac{i}{r} \cdot \sin 30^\circ$$

MRUA

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} r_0 &= 0 \\ r &= i \end{aligned}$$

$$i = 0 + 2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 3,28 \cdot t^2$$

$$1,6t^2 + 2t - 4 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 26,24}}{3,28}$$

~~$t_1 = -2,85$~~

$t_2 = 1,06$

$$v = 2 + 3,28 \cdot 1,06 = 5,57 \text{ m/s} \quad [v \quad \mu = 0,2]$$

$$\textcircled{2} \quad V_f ? \mu=0$$

$$\begin{cases} \vec{P}_x = m \cdot \vec{Q}_x \\ \vec{P}_y + \vec{N} = m \cdot \cancel{\vec{Q}_y} = 0 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = \mu \cdot Q_x \\ N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ \end{cases}$$

$$Q_x = g \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$

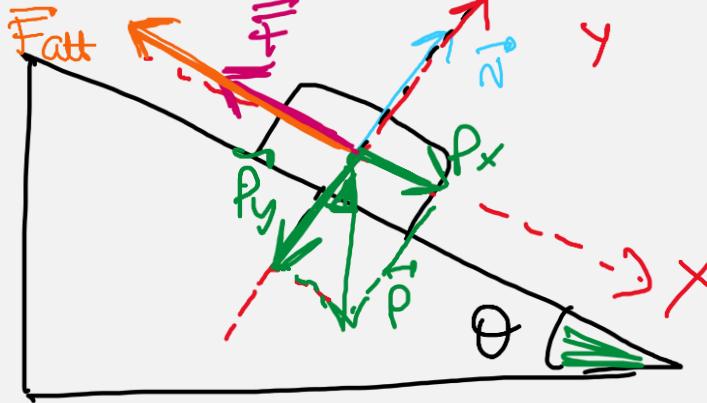
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$a = 2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 t + \vec{a} t$$

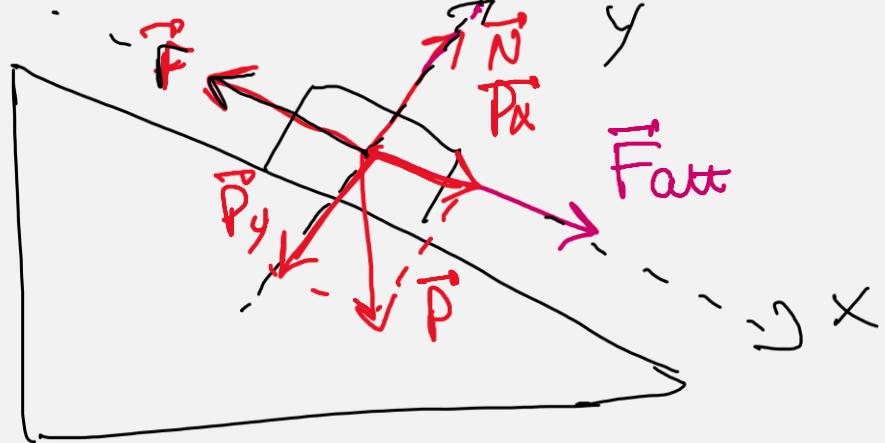
$$5t^2 + 4t - 8 = 0 \rightarrow t_1 = \cancel{-1,72} \text{ s} \quad t_2 = 0,82 \text{ s}$$

$$V = 2 \cdot 0,82 + (5 \cdot 0,82) = 6,6 \text{ m/s}$$



$m = 8 \text{ kg}$ $\mu_s = 0,25$
 $\theta = 22^\circ$ $\mu_d = 0,15$
 $\vec{F} = ?$ che impedisce al corpo
di cadere

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \sum \vec{F} = 0 \\
 \vec{F}_{\text{att},s} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{F} = 0 \\
 \textcircled{X}: \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{att},s} + \vec{F} = 0 \\
 \textcircled{Y}: \vec{N} + \vec{P}_y = 0
 \end{array} \right. \quad ; \quad \left\{ \begin{array}{l}
 \textcircled{X} m \cdot g \cdot \sin 22^\circ - (\mu_s \cdot N) - F = 0 \\
 \textcircled{Y} N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 22^\circ
 \end{array} \right. \\
 F = m \cdot g \cdot \sin 22^\circ - (\mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos 22^\circ) = 8 \cdot 10 \cdot \sin 22^\circ - (0,25 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 22^\circ) = 11 \text{ N}$$



F ? per far muovere il corpo

$$\sum \vec{F} \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum F = 0 \\ \sum \vec{F} = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{P} + \vec{F}_{att} + \vec{N} + \vec{F} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_x + \vec{F}_{att} + \vec{F} = 0 \\ \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} P_x - F + F_{att} = 0 \\ N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 22^\circ \end{array} \right. \quad |$$

$$F = P_x + F_{att} = P \cdot \sin 22 + \mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos 22^\circ$$

$$= 8 \cdot 10 \cdot \sin 22^\circ + \\ 0,25 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 22^\circ = \\ = \underline{\underline{47N}}$$

F ? per mantenere il corpo in salite con $\vec{v} = \text{cost}$ ($\ddot{v} = 0$)

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{att},D} + \vec{F} = 0 \\ \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \end{array} \right. \quad ; \quad \left\{ \begin{array}{l} P_x + F_{\text{att},D} - F = 0 \\ N = P_y = P \cdot \cos 22^\circ \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} F &= P_x + F_{\text{att},D} = m \cdot g \cdot \sin 22^\circ + (\mu_D \cdot m \cdot g \cdot \cos 22^\circ) = \\ &= 8 \cdot 10 \cdot \sin 22 + (0,15 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 22^\circ) = \underline{\underline{39 \text{ N}}} \end{aligned}$$

ESEMPI DI FORZE

FORZA ELASTICA

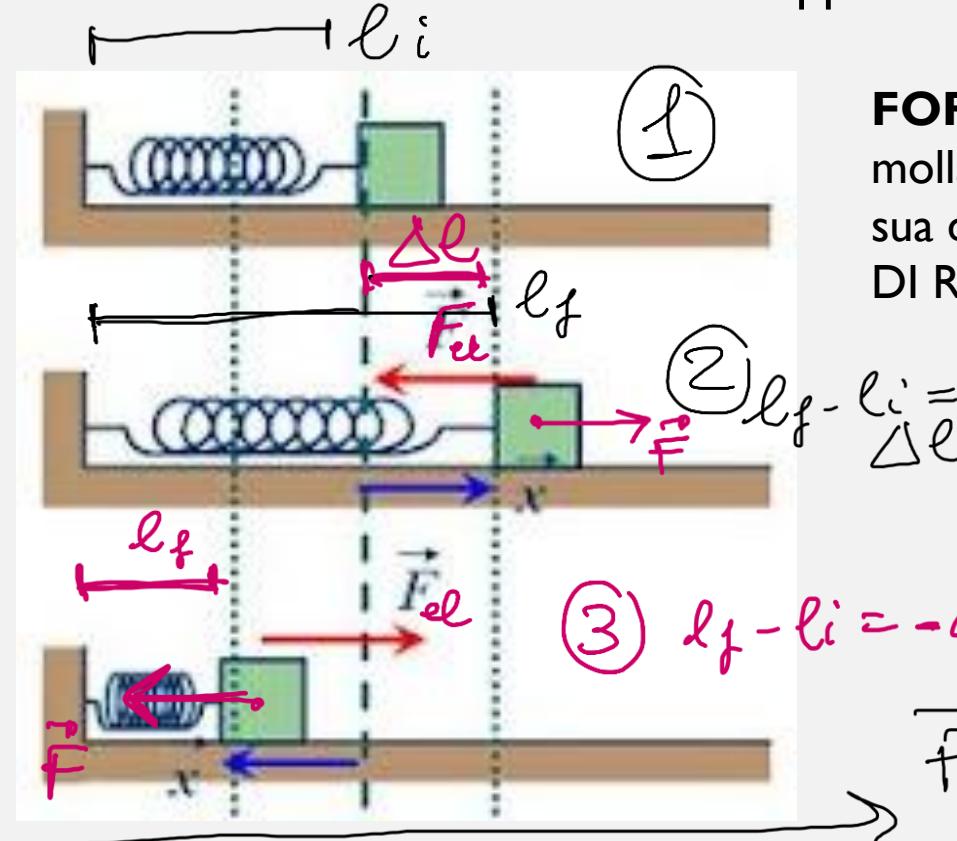
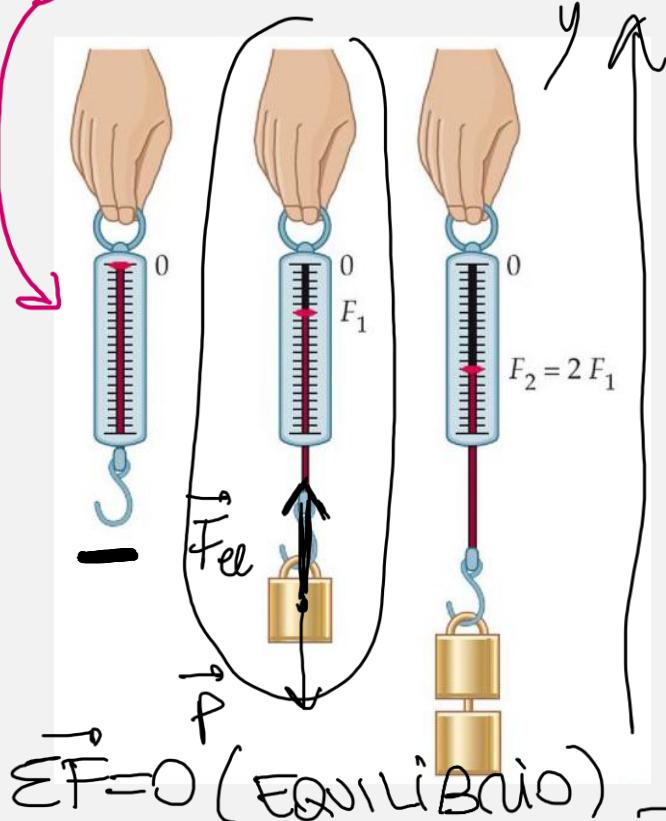
Oggetti
Deformabili (molle, elastici)
Indeformabili (solido)

Solido : si oppone alla deformazione. È un materiale resistente

Distanze intra-molecolare
Distanze inter-molecolare

Oggetto ideale per studiare le deformazioni: **MOLLA** → oggetto alla cui estremità è possibile applicare una forza per farlo deformare

DINAMOMETRO



FORZA ELASTICA : reazione che la molla esercita sul corpo per effetto della sua deformazione. È detta anche **FORZA DI RICHIAMO**.

$$\vec{F}_{el} = -k \vec{\Delta x}$$

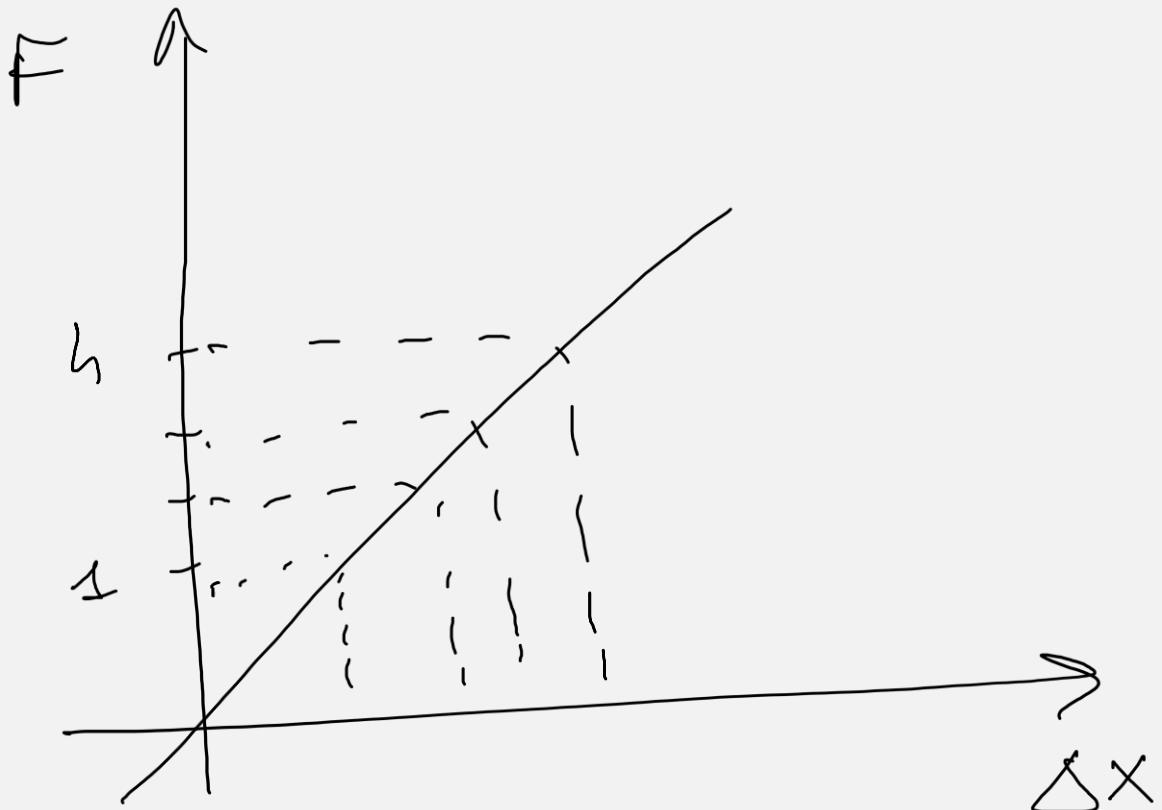
③ $l_f - l_i = -\Delta l$ Legge di Hooke

$$\vec{P} + \vec{F}_{el} = 0 \quad F_{el} - P = 0$$
$$F_{el} = P = m \cdot g$$

ESEMPI DI FORZE

FORZA ELASTICA

L'allungamento prodotto dipende dalla forza applicata: proporzionalità diretta.



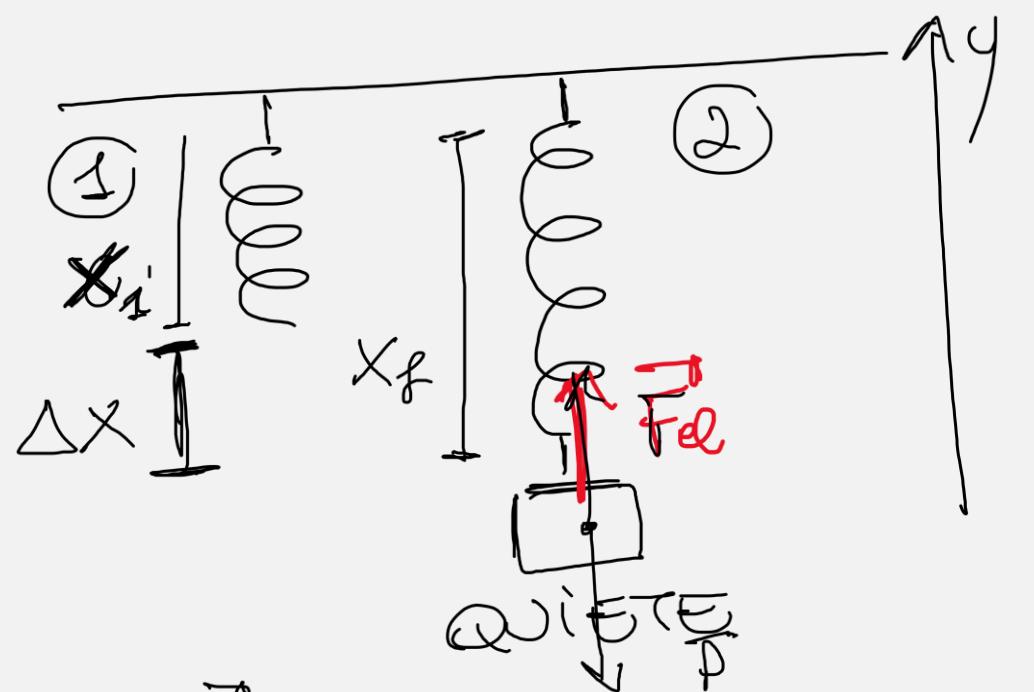
$$\vec{F}_{el} = -k \vec{\Delta x}$$

$$f = (m) \times$$

Modulo: $F_{el} = -k \cdot \Delta x$

Direzione: direzione della deformazione

Verso: opposto allo spostamento Δx



$$m = 1 \text{ kg}$$
~~$$K = 100 \text{ N/m}$$~~

$$\Delta x = ? \text{ (allungamento)}$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

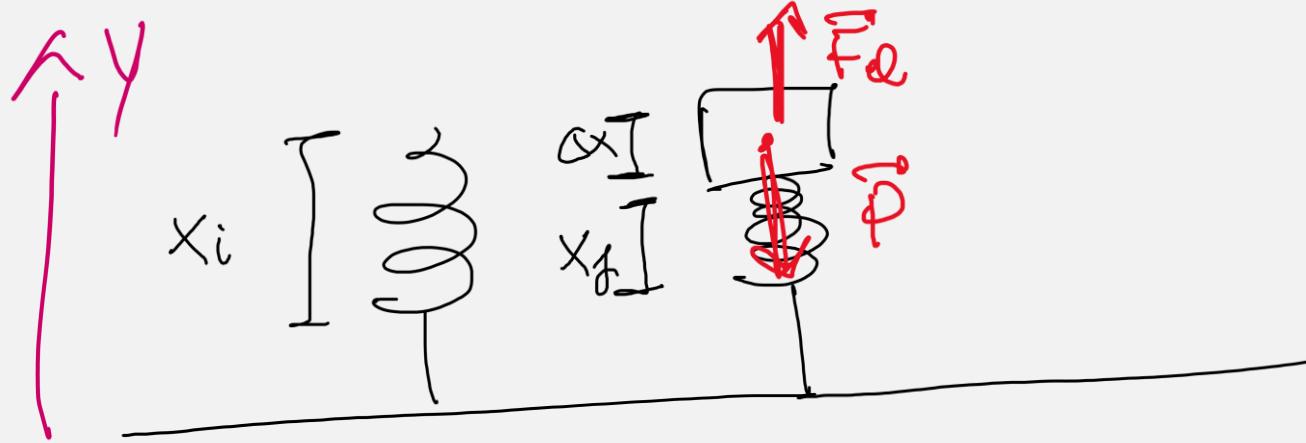
$$\vec{P} + \vec{F}_{el} = 0$$

$$-P + F_{el} = 0$$

$$F_{el} = P$$

$$K \cdot \Delta x = m \cdot g$$

$$\Delta x = \frac{m \cdot g}{K} = \frac{1 \cdot 9.8}{100} = 0.098 \text{ m}$$



$$m = 2 \text{ kg}$$

$$\Delta x = 0,05 \text{ m}$$

$$k = ?$$

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_{el} + \vec{P} = 0 \quad F_{el} = P$$

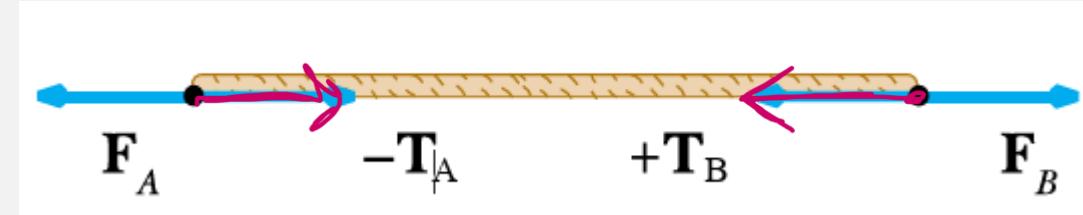
$$k \cdot \Delta x = m \cdot g$$

$$k = \frac{m \cdot g}{\Delta x} = \frac{2 \cdot 10}{0,05} = 400 \text{ N/m}$$

ESEMPI DI FORZE

TENSIONE DELLE FUNI

La forza delle funi è di natura elastica: è detta **TENSIONE**.



Una fune esercita una reazione vincolare contraria alla forza applicata lungo la direzione e verso del filo.

$$\vec{F}_A = -\vec{T}_A$$

$$\vec{F}_B = -\vec{T}_B$$

Una fune supporta forze in tensione, ma non in compressione.



Modulo: dipende dalla forza applicata

Direzione: direzione della fune

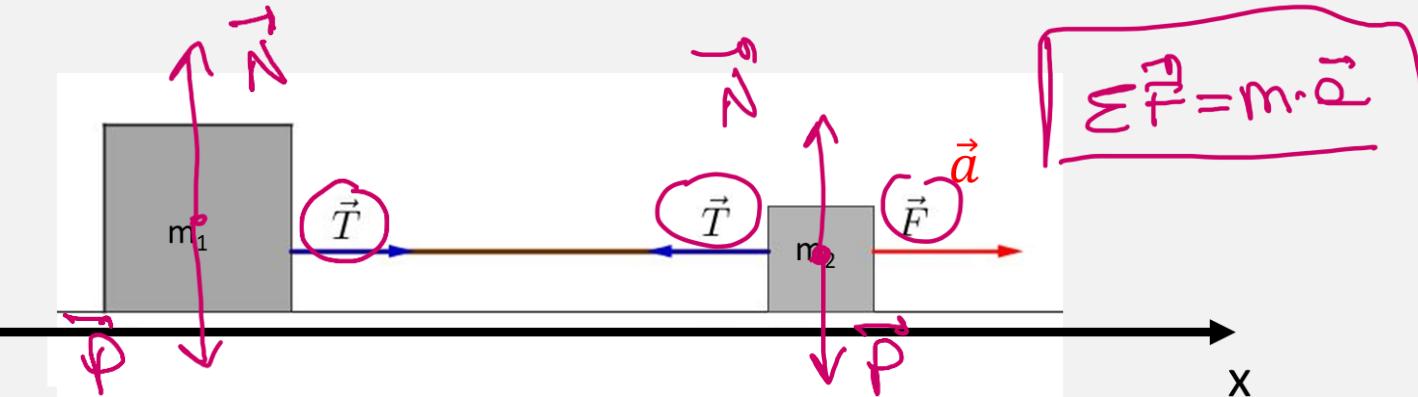
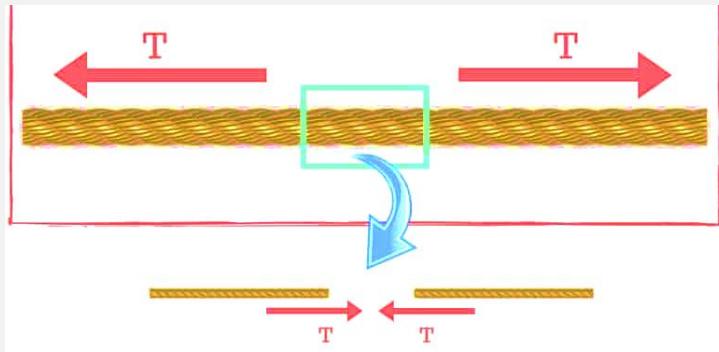
Verso: opposto a quello della forza applicata

ESEMPI DI FORZE

TENSIONE DELLE FUNI

FUNI IDEALI:

- Massa trascurabile
- Inestensibili
- flessibili



Su m_1 agiscono verticalmente forza peso e reazione vincolare, che si annullano \rightarrow la risultante verticale è pari a zero

Su m_1 l'unica forza efficace è la tensione:

$$m_1 a = T$$

Su m_2 agiscono verticalmente forza peso e reazione vincolare, che si annullano \rightarrow la risultante verticale è pari a zero

Su m_2 agiscono F e T , che hanno verso opposto:

$$m_2 a = F - T$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

Corpo in quiete

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

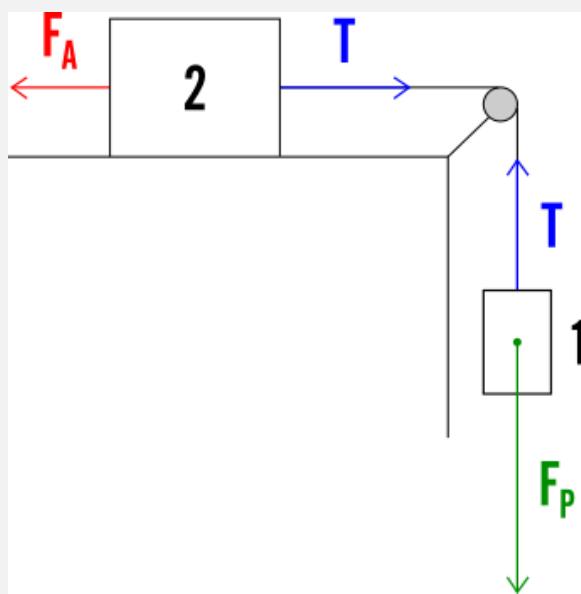
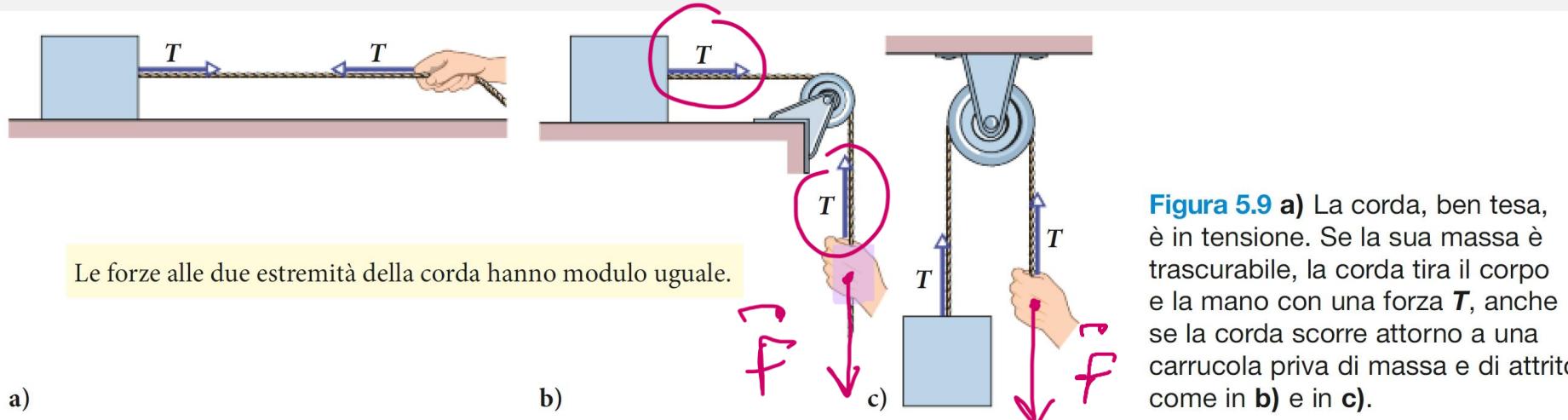
Corpo in movimento

- m_1 e m_2 , collegate da una fune ideale.
- Su m_2 è applicata una forza F diretta verso destra.
- m_1 avrà una accelerazione \vec{a}_1 e m_2 avrà un'accelerazione \vec{a}_2
- La fune è ideale: non si allunga/accorcia: *il sistema si muove in maniera solidale* \rightarrow **unica accelerazione per tutto il sistema**

ESEMPI DI FORZE

TENSIONE DELLE FUNI

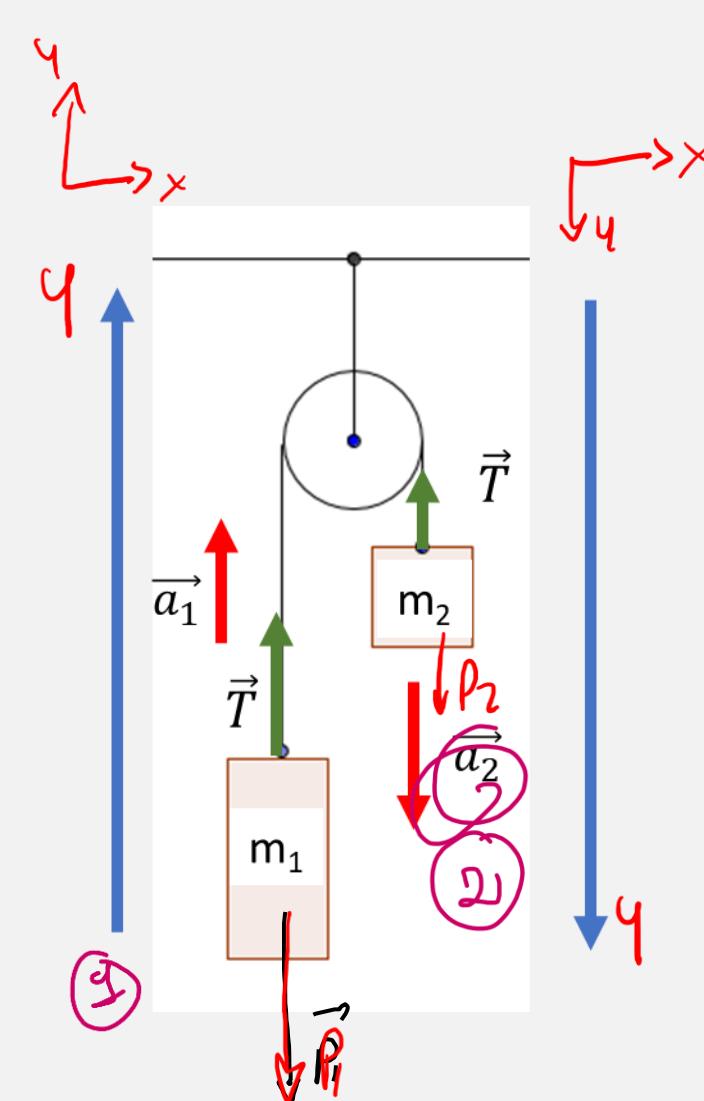
Utilizzando le carrucole è possibile modificare la direzione della tensione.



Se il sistema è in equilibrio, significa che il corpo 1 non è sufficientemente pesante per far muovere il corpo 2 (attrito)

$$\begin{aligned} T_1 &= T_2 \\ \overrightarrow{T} &\neq \overrightarrow{F_2} \end{aligned}$$

TENSIONE – CARRUCOLE



A una fune ideale sono sospese due masse (m_1 e m_2)

$$\sum F_1 = M_1 a$$

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T - m_1 g & (1) \\ m_2 a_2 = m_2 g - T & (2) \end{cases}$$

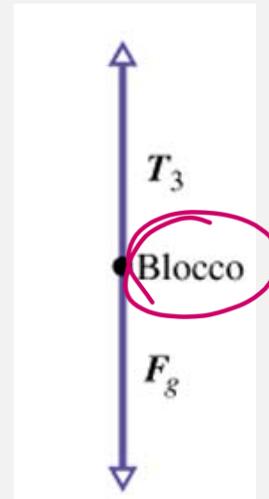
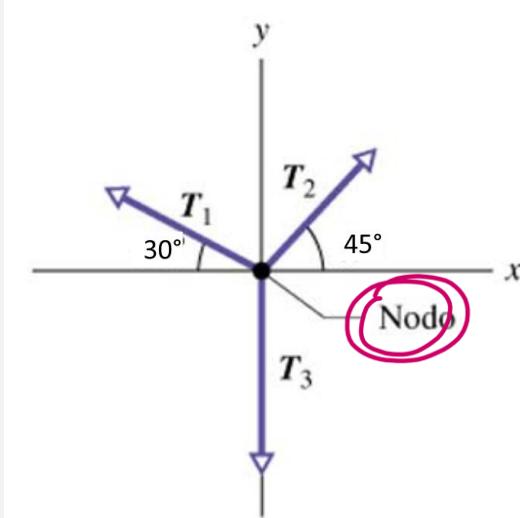
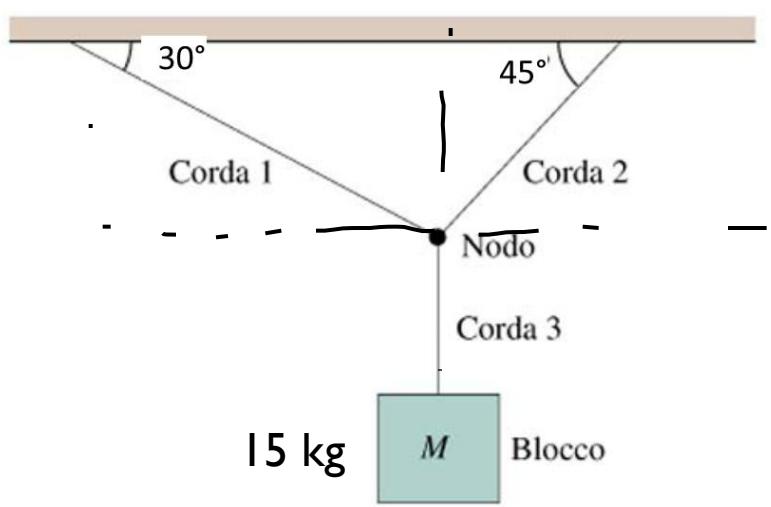
Essendo l'accelerazione in realtà unica,

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

Tre possibili situazioni:

1. $m_1 = m_2$: sistema in equilibrio, perché $m_2 - m_1 = 0$, quindi $a = 0$
2. $m_1 < m_2$: la carrucola si muove nella direzione di m_2
3. $m_1 > m_2$: sarà m_1 a scendere \rightarrow l'accelerazione sarà < 0

TENSIONE



Il Sistema è in equilibrio: la sommatoria delle forze su ciascun elemento deve essere = 0

$$\sum \vec{F} = 0$$

Sul nodo:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = m_N \vec{a}_N = 0$$

$$\begin{cases} T_{1x} + T_{2x} + T_{3x} = 0 \\ T_{1y} + T_{2y} + T_{3y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 45^\circ + 0 = 0 \\ T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 45^\circ - T_3 = 0 \end{cases}$$

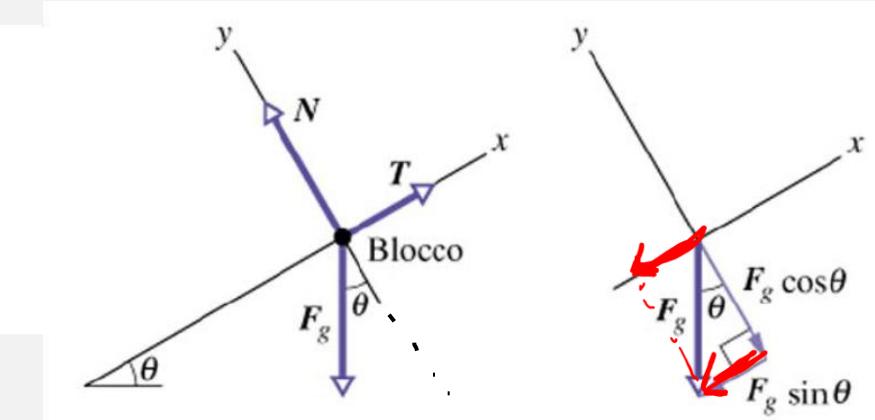
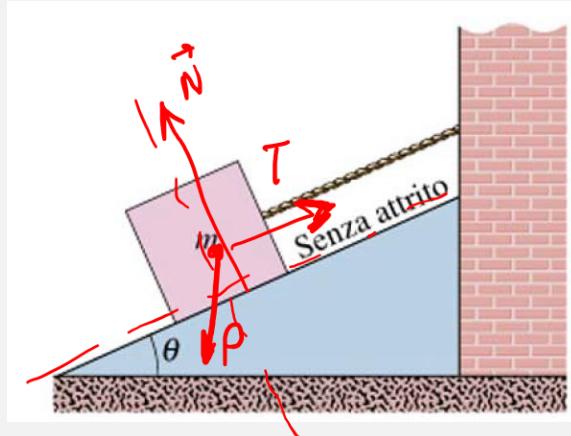
Sul blocco:

$$\begin{aligned} T_3 - mg &= m \vec{a}_x = 0 \\ T_3 &= mg = 15 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 147 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -T_1 \cdot 0.87 + T_2 \cdot 0.7 + 0 = 0 \\ T_1 \cdot 0.5 + T_2 \cdot 0.7 - 147 \text{ N} = 0 \end{cases}$$

$$T_1 = 156.8 \text{ N} \quad T_2 = 98 \text{ N}$$

TENSIONE



$$\theta = 30^\circ, m = 15\text{kg}$$

Determinare la tensione della fune e la reazione vincolare, sapendo che siamo in una situazione di equilibrio.

Equilibrio → la risultante delle forze è pari a 0:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_g = m\vec{a} = 0$$

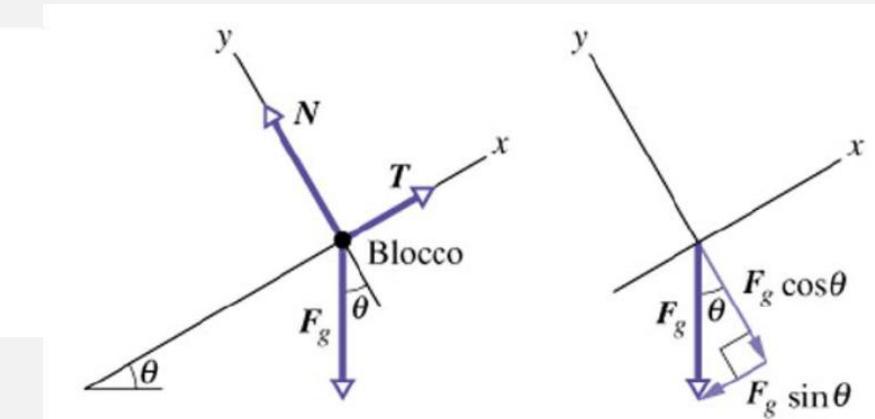
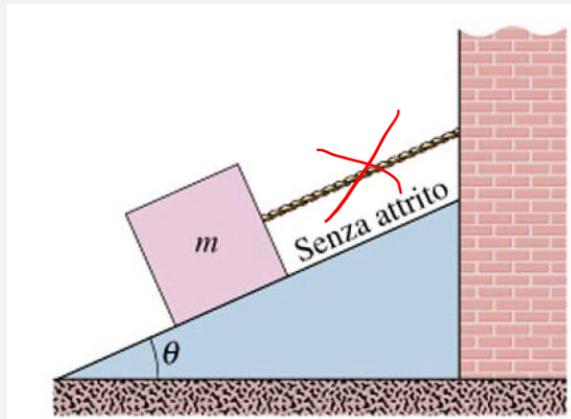
Lungo l'asse x → tensione e componente della forza peso parallela al piano inclinato ($F_g \sin \theta$):

$$T - mg \sin \theta = 0$$

Lungo l'asse y → reazione vincolare e componente della forza peso ortogonale al piano inclinato ($F_g \cos \theta$):

$$N - mg \cos \theta = 0$$

TENSIONE



$$\theta = 30^\circ, m = 15\text{kg}$$

Determinare la tensione della fune e la reazione vincolare, sapendo che siamo in una situazione di equilibrio.

La fune si spezza: quanto vale l'accelerazione del blocco?

Lungo l'asse y la risultante è sempre pari a zero: $N - mg \cos \theta = 0$

Lungo l'asse x scompare la tensione: l'unica componente che farà muovere il corpo è $mg \sin \theta$

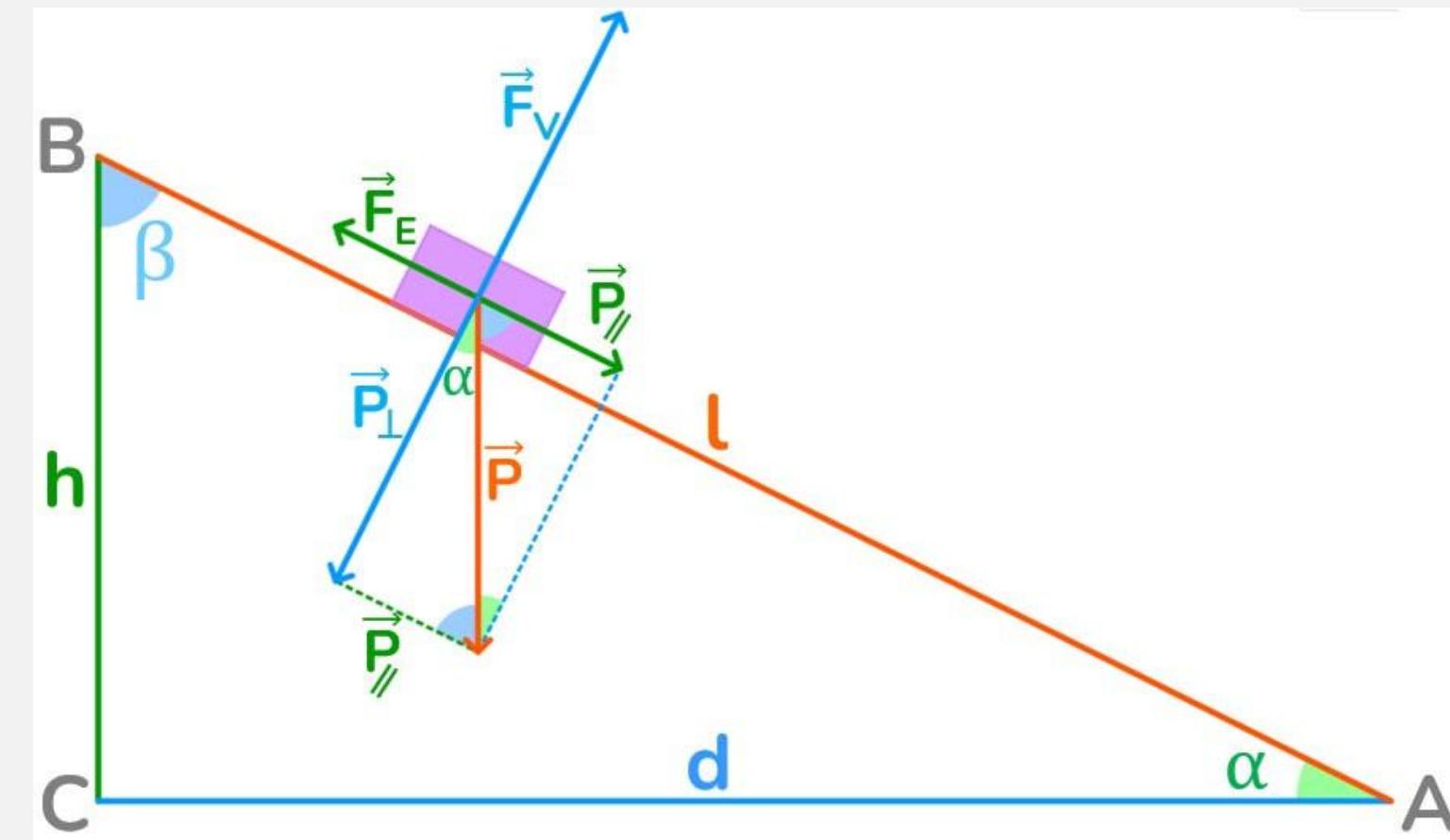
$$mg \sin \theta = ma$$

$$mg \sin \theta$$

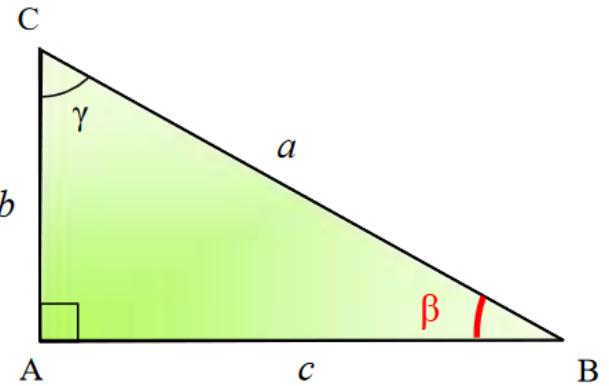
$$a = g \sin \theta$$

Valore dell'accelerazione

PIANO INCLINATO



PIANO INCLINATO

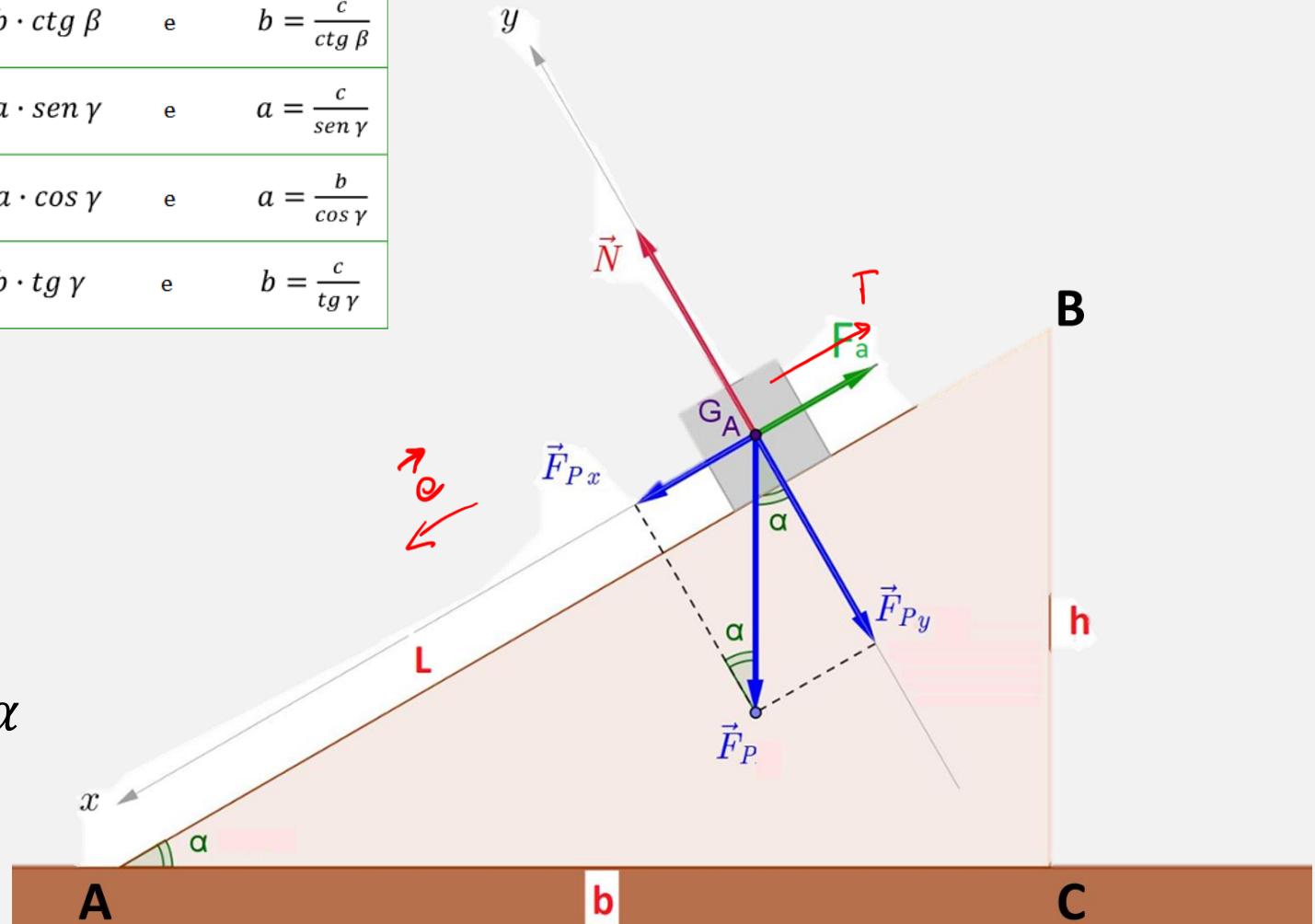


$\operatorname{sen} \beta = \frac{b}{a} \rightarrow$	$b = a \cdot \operatorname{sen} \beta$	e	$a = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta}$
$\cos \beta = \frac{c}{a} \rightarrow$	$c = a \cdot \cos \beta$	e	$a = \frac{c}{\cos \beta}$
$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{c} \rightarrow$	$b = c \cdot \operatorname{tg} \beta$	e	$c = \frac{b}{\operatorname{tg} \beta}$
$\operatorname{ctg} \beta = \frac{c}{b} \rightarrow$	$c = b \cdot \operatorname{ctg} \beta$	e	$b = \frac{c}{\operatorname{ctg} \beta}$
$\operatorname{sen} \gamma = \frac{c}{a} \rightarrow$	$c = a \cdot \operatorname{sen} \gamma$	e	$a = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma}$
$\cos \gamma = \frac{b}{a} \rightarrow$	$b = a \cdot \cos \gamma$	e	$a = \frac{b}{\cos \gamma}$
$\operatorname{tg} \gamma = \frac{c}{b} \rightarrow$	$c = b \cdot \operatorname{tg} \gamma$	e	$b = \frac{c}{\operatorname{tg} \gamma}$

$$F_{Px} = F_P \sin \alpha$$

$$F_{Py} = F_P \cos \alpha = N$$

$$F_a = \mu_S N = \mu_S F_P \cos \alpha = \mu_S mg \cos \alpha$$

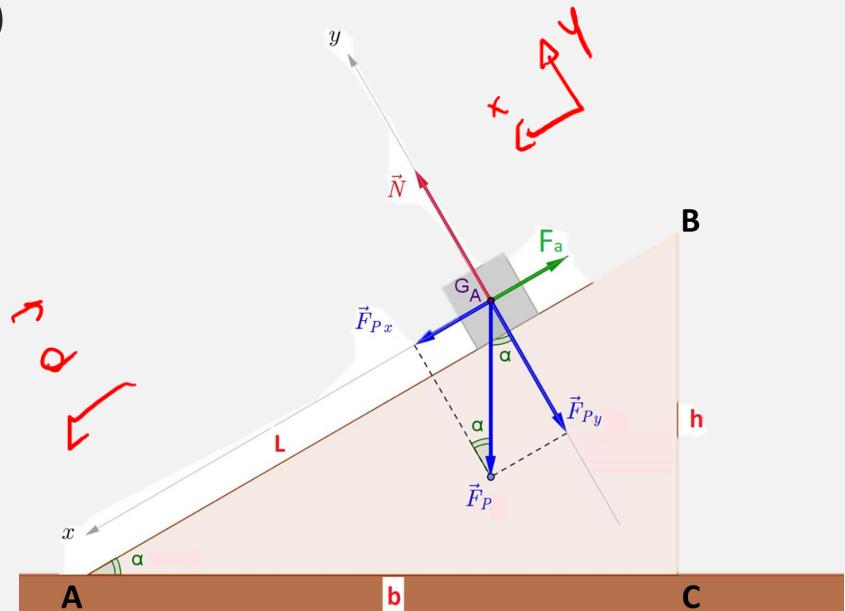


PIANO INCLINATO

CASO SENZA ATTRITO

$$F_{Px} = F_P \sin \alpha$$

$$ma = F_{Px} = mg \sin \alpha \rightarrow a = g \sin \alpha$$



CASO CON ATTRITO

$$F_a = \mu_D N = \mu_D F_P \cos \alpha = \mu_D mg \cos \alpha$$

$$ma = F_{Px} - F_a = mg \sin \alpha - \mu_D mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu_D \cos \alpha)$$

CASO IN EQUILIBRIO

$$\mu_S \cancel{mg} \cos \alpha = \cancel{mg} \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \mu_S \cos \alpha \rightarrow \mu_S = \tan \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

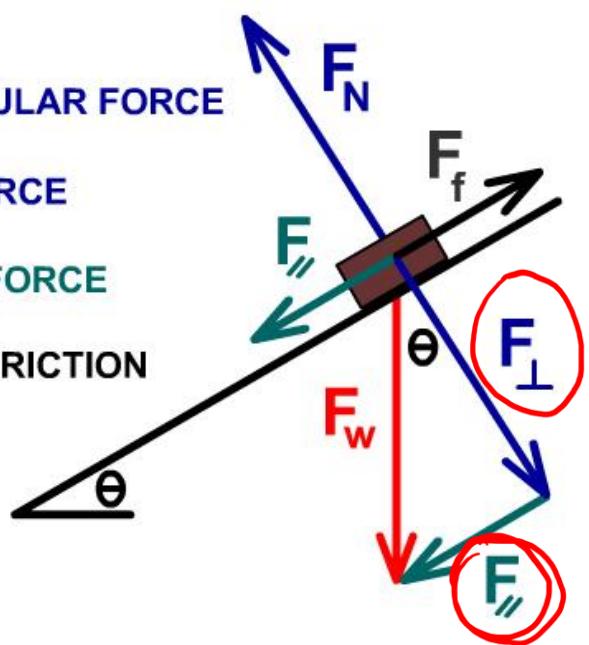
F_w : WEIGHT

F_{\perp} : PERPENDICULAR FORCE

F_N : NORMAL FORCE

F_{\parallel} : PARALLEL FORCE

F_f : FORCE OF FRICTION



F_w weight

F_N normal force

F_{\parallel} parallel force

