

# DINAMICA

- Forze
- Prima legge di Newton (legge di inerzia)
- Seconda legge della dinamica
- Terza legge di Newton
- Forza peso e Legge di gravitazione universale
- Reazione vincolare
- Forza elastica
- Tensione
- Forze di attrito statico e dinamico

**CINEMATICA** —————> Studio del moto degli oggetti

**DINAMICA** —————> Spiega le cause del moto degli oggetti: perché una particella si muove in un modo piuttosto che in un altro?

Tutti i corpi per loro natura sono in uno stato di QUIETE, sono fermi rispetto a sistemi di riferimento (proprietà inerziale).

Il moto degli oggetti è determinato dai corpi che li circondano.

## **LE INTERAZIONI FONDAMENTALI**

- Interazione gravitazionale
- Interazione debole
- Interazione elettromagnetica
- Interazione forte (o nucleare)

**Interazioni = forze**

# LE FORZE

Forza : grandezza fisica correlata con l'accelerazione degli oggetti

Forza = «sforzo muscolare»  azione capace di modificare lo stato di moto dell'oggetto sul quale si esercita

Un corpo è soggetto all'azione di una forza (derivante dalla sua interazione con gli altri corpi che lo circondano) ogni volta che la sua velocità cambia nel tempo, ossia possiede un'accelerazione.

Forze A LUNGO RAGGIO: attive a grandi distanze

Forze A CORTO RAGGIO: attive solo quando c'è un contatto

# DEFINIZIONE DI FORZA E UNITÀ DI MISURA

La forza è una grandezza vettoriale

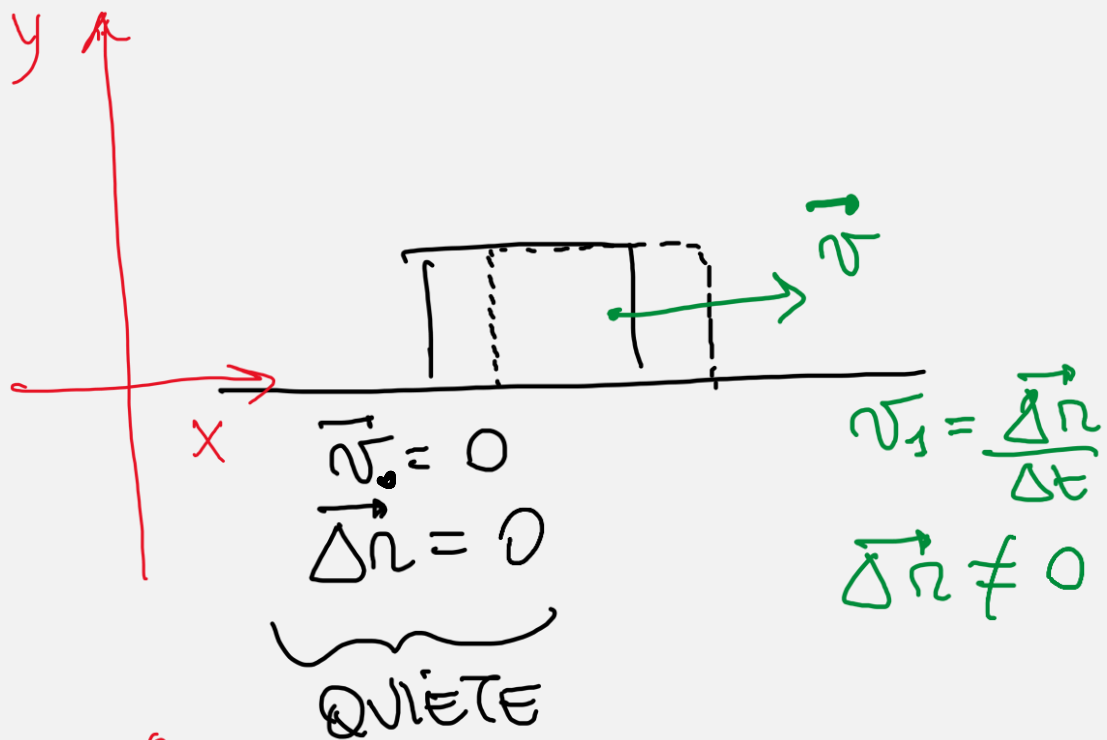
La forza possiede la stessa direzione e lo stesso verso dell'accelerazione; il suo modulo è proporzionale a quello dell'accelerazione

L'*intensità* della forza *non* descrive in maniera completa la forza stessa, ma occorre anche considerarne la *direzione* e il *verso*.

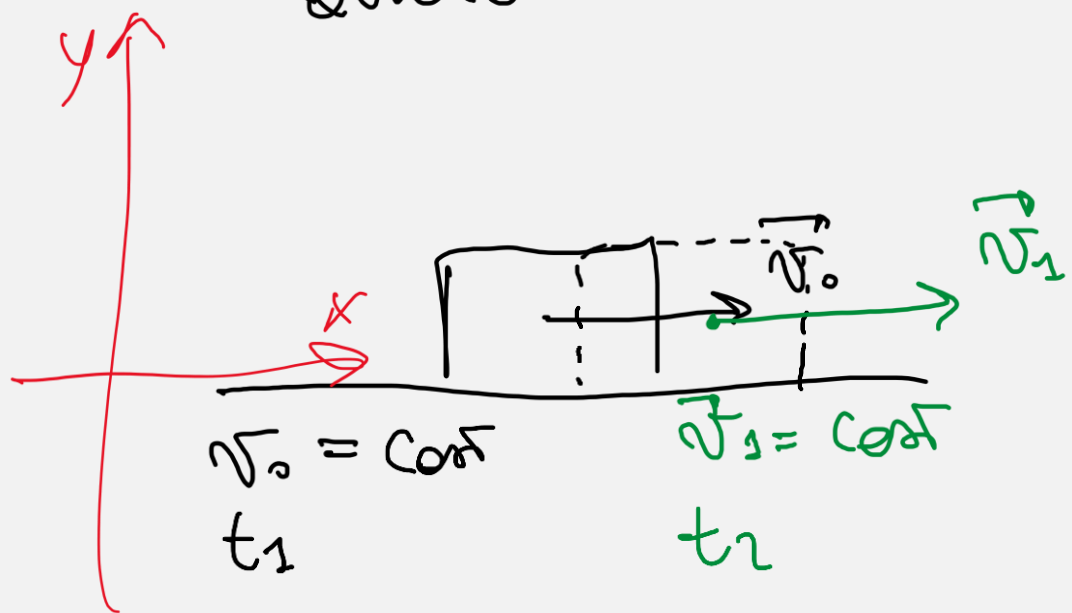
$$[F] = [MLT^{-2}]$$

**unità di misura:**

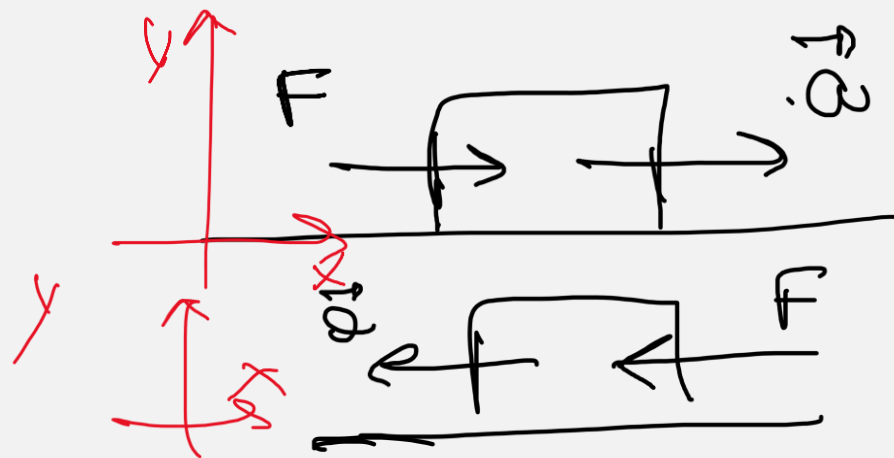
$$\text{Newton (N)} = kg \cdot \underbrace{m \cdot s^{-2}}_{\vec{a}}$$

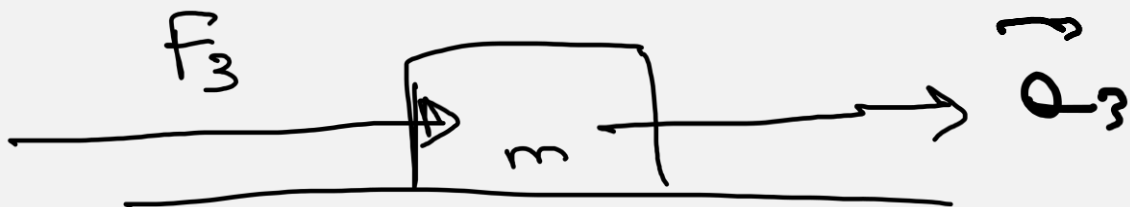
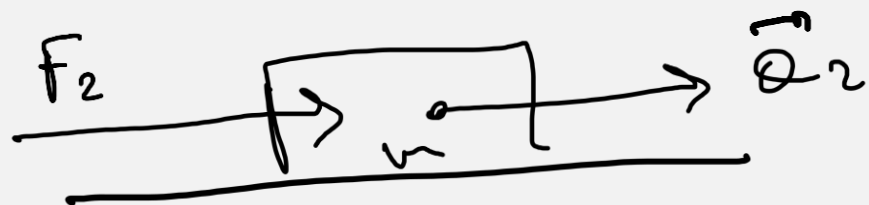
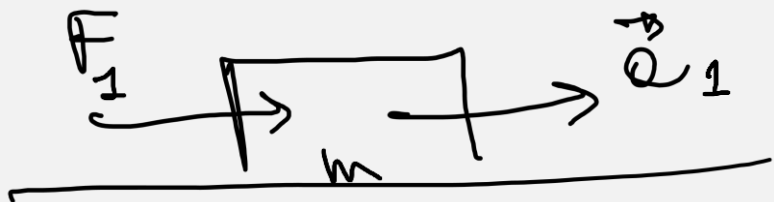


$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



$$\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$





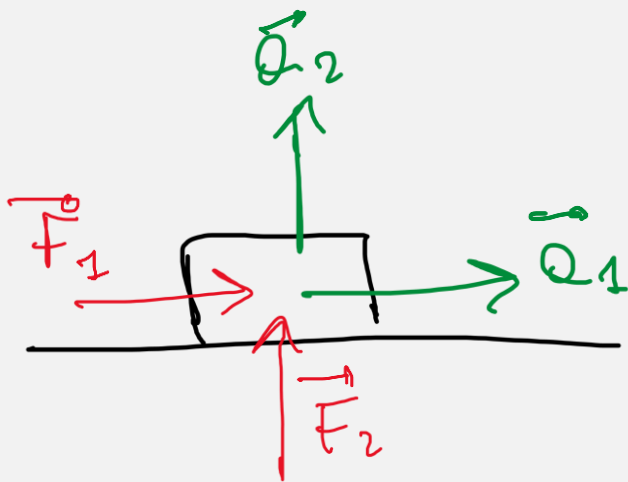
$F$	$a$
$F_2 = 2F_1$	$a_2 = 2a_1$
$F_3 = 3F_1$	$a_3 = 3a_1$

# DEFINIZIONE DI FORZA E UNITÀ DI MISURA

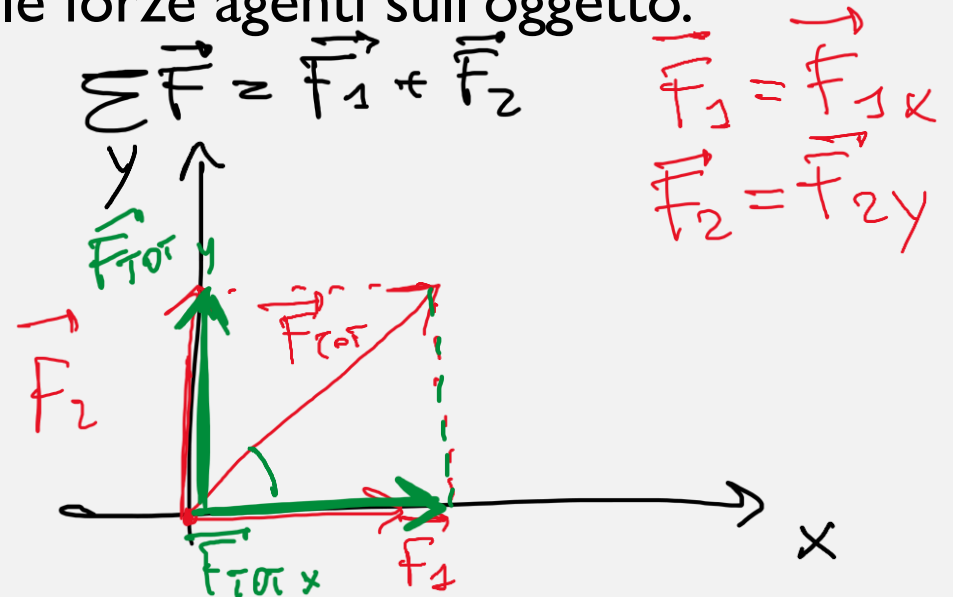
## Forza totale (forza netta o risultante delle forze)

Quando su un oggetto agiscono più forze, il moto dell'oggetto è determinato dalla forza totale (o forza netta o risultante delle forze) agente sull'oggetto.

La forza totale è il vettore ottenuto sommando tutte le forze agenti sull'oggetto.



$$\boxed{\vec{F}_{TOT}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$



$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{TOT}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : \vec{F}_{1x} + \cancel{\vec{F}_{2x}} = \vec{F}_{TOTx} \\ \textcircled{y} : \cancel{\vec{F}_{1y}} + \vec{F}_{2y} = \vec{F}_{TOTy} \end{array} \right.$$

EQ VETTORIALI



$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : \\ \textcircled{y} : \end{array} \right.$$

EQ. SCALARI

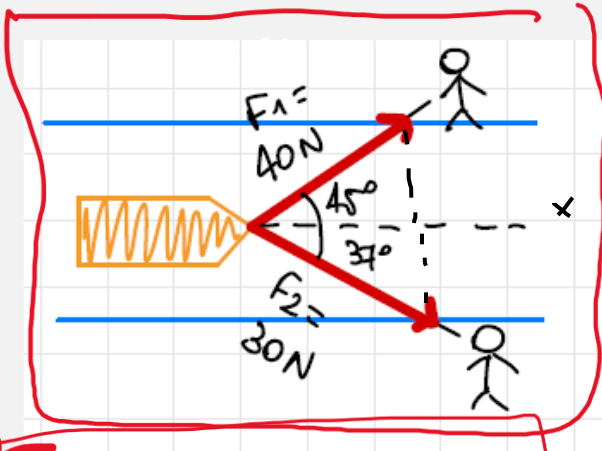


# DEFINIZIONE DI FORZA E UNITÀ DI MISURA



## Esempio

Calcolare la somma delle due forze che agiscono sulla barca mostrata in figura.  $F_1 = 40\text{N}$ ,  $F_2 = 30\text{N}$ . Gli angoli formati da  $F_1$  e  $F_2$  sono rispettivamente di  $45^\circ$  e  $37^\circ$ .



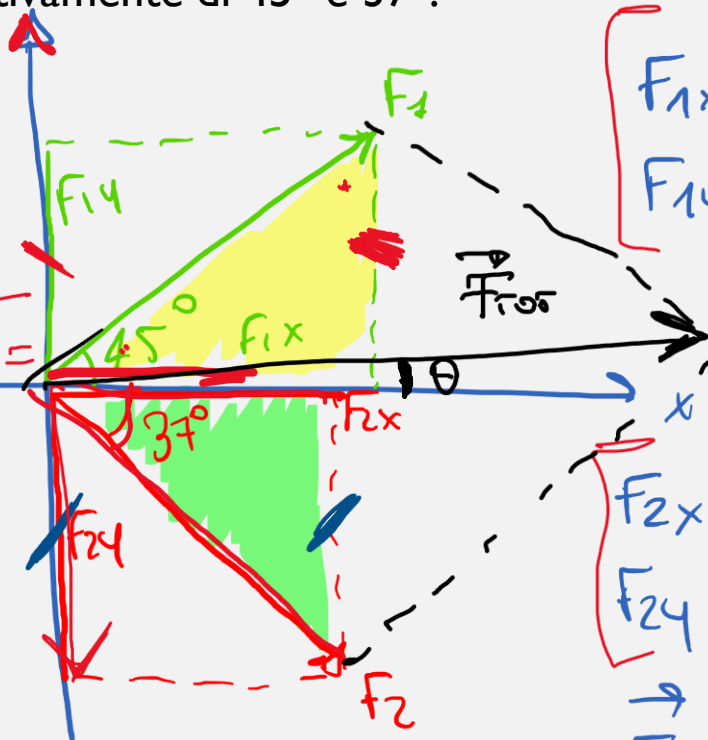
$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_{\text{TOT}}$$

$$\textcircled{x} : F_{1x} + F_{2x} = F_{\text{TOT}x}$$

$$\textcircled{y} : F_{1y} + F_{2y} = F_{\text{TOT}y}$$

$$F_{1x} + F_{1y} + F_{2x} + F_{2y} =$$

$$F_{\text{TOT}x} \text{ e } F_{\text{TOT}y}$$



$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 45^\circ = 28.3\text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin 45^\circ = 28.3\text{N}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 37^\circ = 24\text{N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 37^\circ = 18.1\text{N}$$

$$\vec{F}_{\text{TOT}} = \sqrt{F_{\text{TOT}x}^2 + F_{\text{TOT}y}^2} = 53.3\text{N}$$

$$F_{\text{TOT}} = \sqrt{52.3^2 + 10.2^2}$$

$$\vec{F}_{\text{TOT}} = F_{\text{TOT}x} + F_{\text{TOT}y}$$

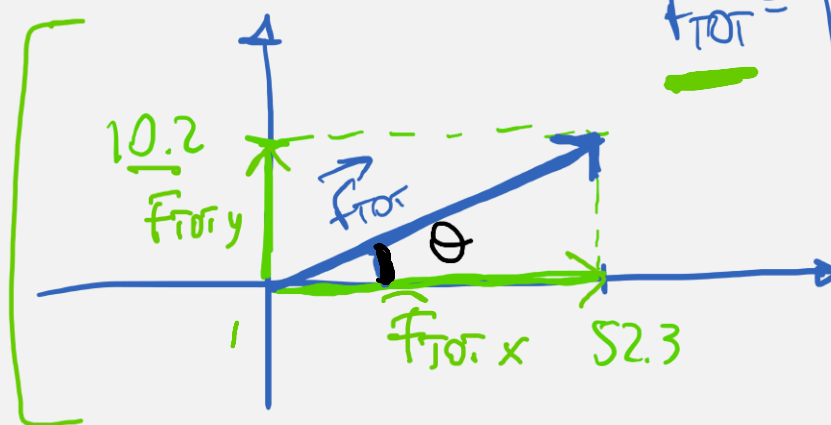
$$F_{\text{TOT}x} = F_{1x} + F_{2x}$$

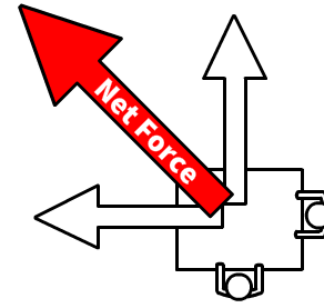
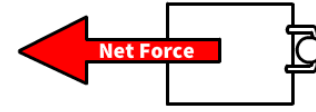
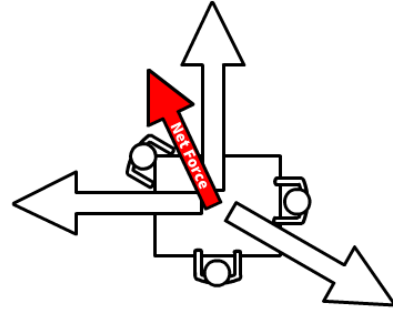
$$F_{\text{TOT}y} = F_{1y} + F_{2y}$$

$$F_{\text{TOT}x} = 52.3\text{N}$$

$$F_{\text{TOT}y} = 10.2\text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{\text{TOT}y}}{F_{\text{TOT}x}} = \frac{10.2\text{N}}{52.3\text{N}} = 11^\circ$$





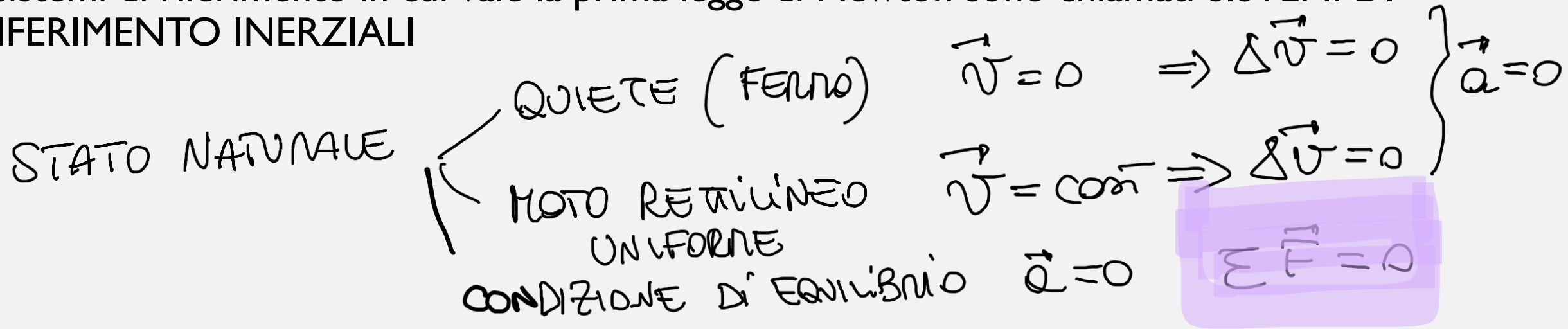
# PRIMA LEGGE DELLA DINAMICA (LEGGE DI INERZIA)

In un sistema inerziale un corpo permane nel suo stato di quiete o nel suo stato di moto rettilineo uniforme se non soggetto a forze o se soggetto a forze la cui risultante è nulla.

$$\vec{F} \equiv 0 \Leftrightarrow \vec{v} = \textit{costante}$$

In fisica, inerzia significa resistenza ai cambiamenti di velocità.

I sistemi di riferimento in cui vale la prima legge di Newton sono chiamati SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI



# CONCETTO DI MASSA

**CONCETTO DI MASSA:** misura dell'inerzia di un corpo. Misura della quantità di materia che costituisce l'oggetto

Quanta più massa ha un corpo, tanto più difficile è cambiare il suo moto. È più difficile fermarlo quando si muove, o deviarne il percorso, o farlo muovere quando è fermo

Nel SI la misura della massa è il KILOGRAMMO (kg)

**Inertia Keeps a Moving Object Moving**

**Frictional Force Not Inertia Stops Motion**

# SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA

$$\vec{F} \equiv m\vec{a}$$

Una forza genera un'accelerazione

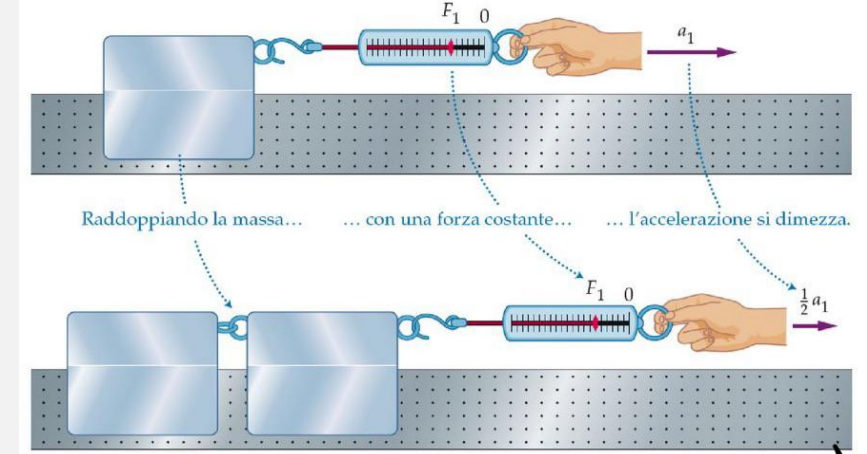
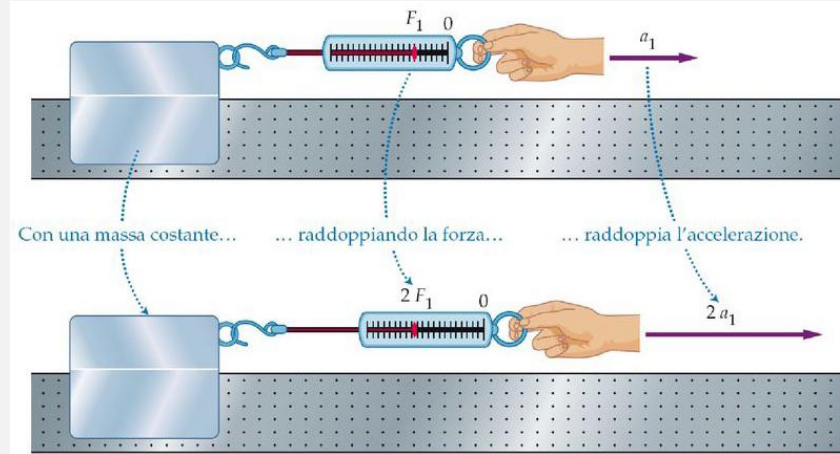
$$|\vec{F}| \quad |\vec{a}|$$

Sono proporzionali a meno di una costante che è la massa, o la massa inerziale.

Corpi diversi, sottoposti all'azione della medesima forza, acquistano accelerazioni diverse.

# SECONDA LEGGE DELLA DINAMICA

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



$$\vec{a} \propto \vec{F} \quad \vec{a} \propto \frac{1}{m}$$

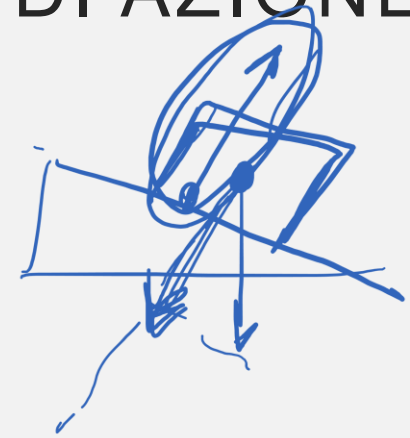
$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum \vec{F} \quad e \quad \boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}}$$

L'accelerazione di un oggetto è direttamente proporzionale alla forza risultante che agisce su di esso ed è inversamente proporzionale alla sua massa

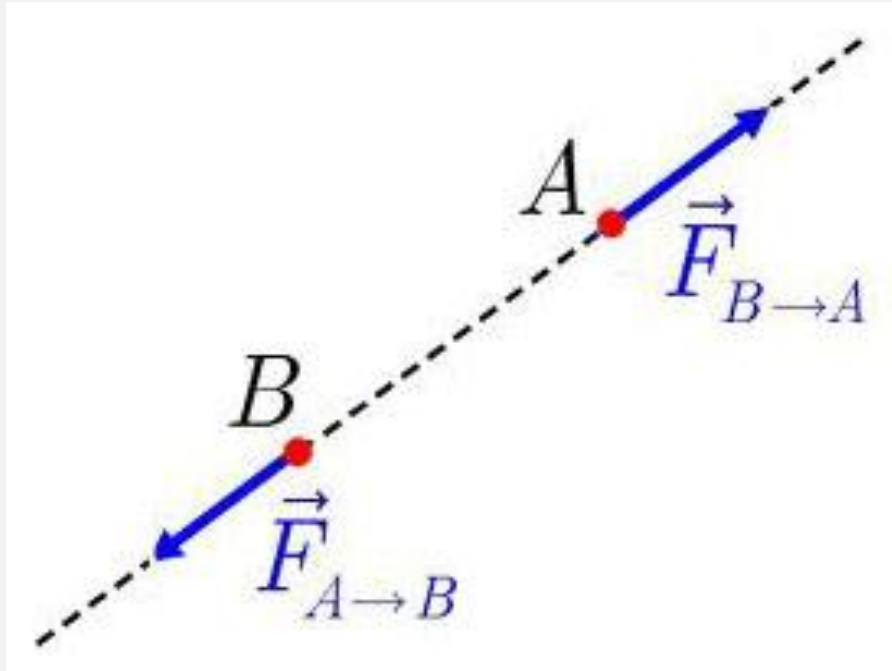
La direzione e il verso dell'accelerazione sono la stessa direzione e lo stesso verso della forza risultante che agisce sull'oggetto

# TERZA LEGGE DELLA DINAMICA (PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE)

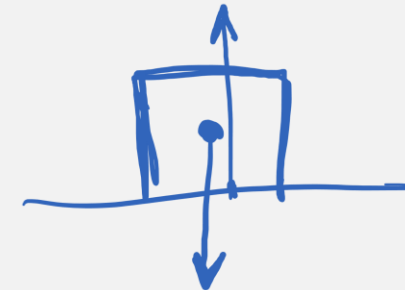
Se un corpo A esercita una forza  $\vec{F}$  su un corpo B, allora B eserciterà su A una forza di uguale modulo e direzione, ma verso opposto.

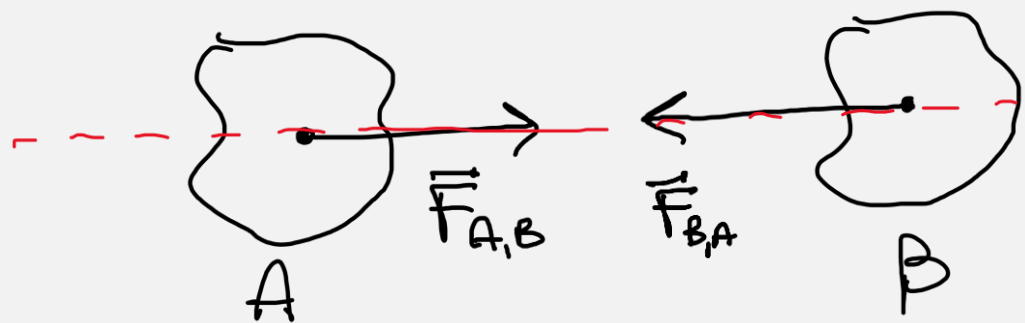


COPPIA DI FORZE: forza di azione e forza di reazione.



Quando un oggetto esercita una forza su un secondo oggetto, il secondo esercita una forza uguale in modulo e direzione, ma di verso opposto, sul primo





INTERAZIONE  
ATTRATTIVA

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$



INTERAZIONE  
REPULSIVA

$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$

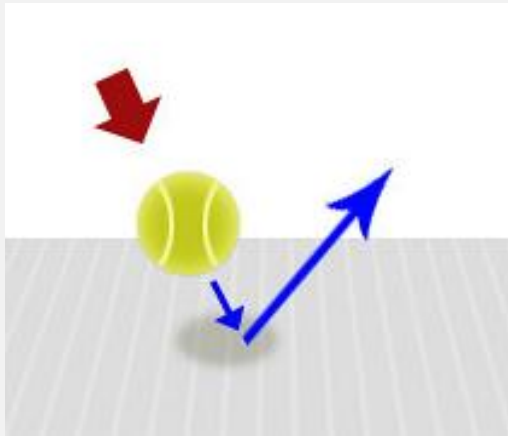
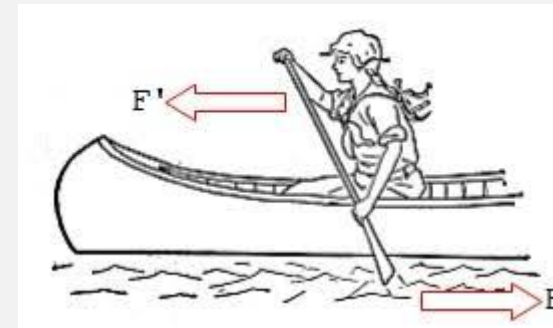
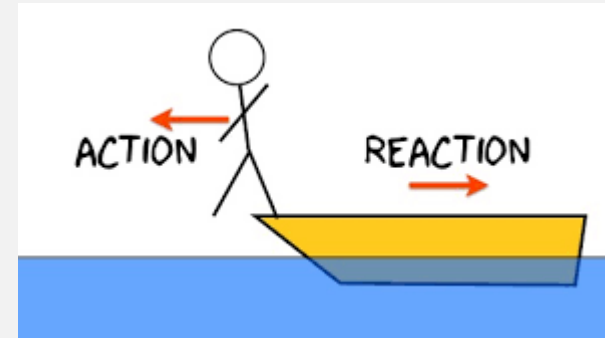


# TERZA LEGGE DELLA DINAMICA (PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE)

► Per esempio, quando camminiamo spingiamo indietro il terreno.



► Il suolo ci spinge in avanti con una forza, uguale e opposta.



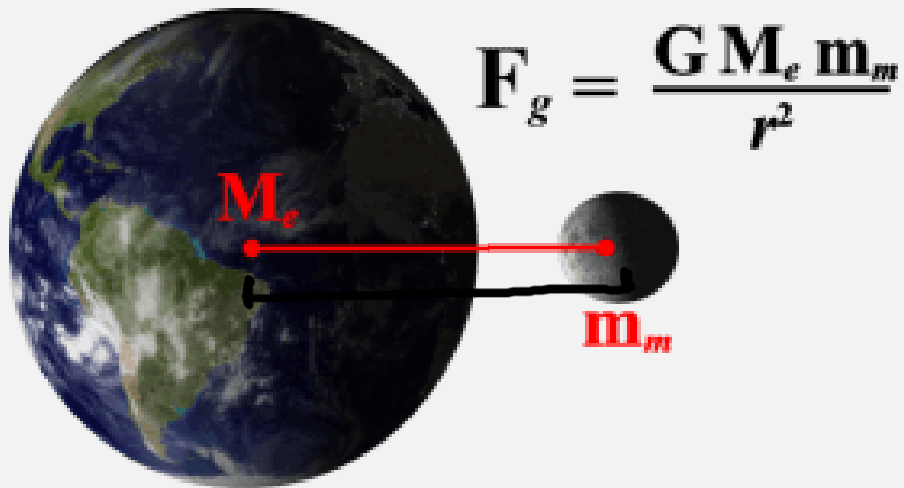
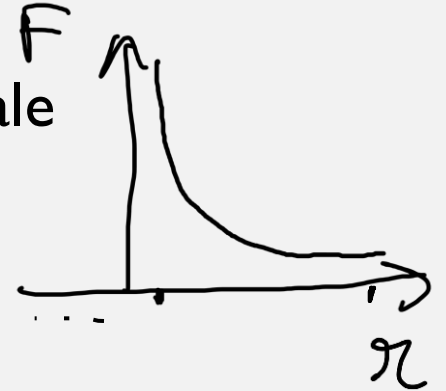
# ESEMPI DI FORZE

## LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE E FORZA PESO

$$\vec{F} = G \frac{m_A m_B}{r^2}$$

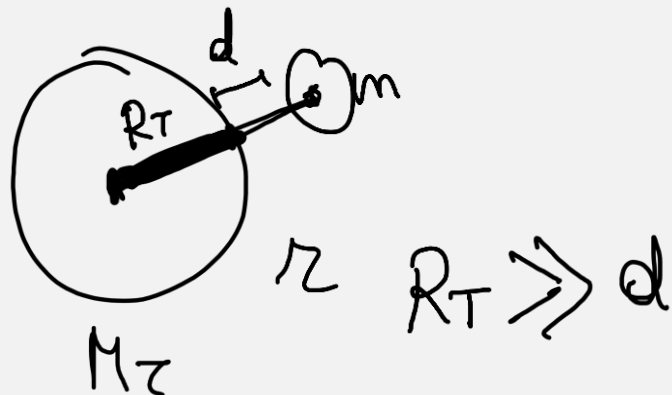
$$G \cong 6.67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg^2}$$

$G$  = costante gravitazionale



Corpo in prossimità della superficie terrestre: la distanza fra il corpo e il centro della Terra è praticamente identica al valore medio del raggio terrestre  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 m$ .

La massa terrestre è  $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} kg$



$$F = G \frac{M_T m}{R_T^2} = m \left( \frac{G M_T}{R_T^2} \right)$$

Valori costanti per qualsiasi corpo in prossimità della superficie terrestre

# ESEMPI DI FORZE

## LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE E FORZA PESO

$$\frac{GM_T}{R_T^2} = \textcircled{g}$$

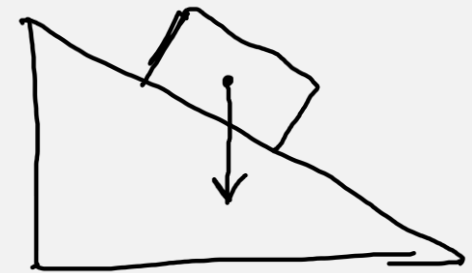
Campo gravitazionale  $\vec{g} \rightarrow \vec{Q}$   
vicino alla superficie  
terrestre

Quanti N di forza  
gravitazionale sono esercitati  
su un corpo per ogni kg di  
massa del corpo

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2} = \left[ \frac{(6.674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}) \cdot (5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg})}{(6.37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} \right] \approx 9.8 \text{ N/kg} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

$$F = m \left( \frac{GM_T}{R_T^2} \right) = m \underline{g}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}}$$

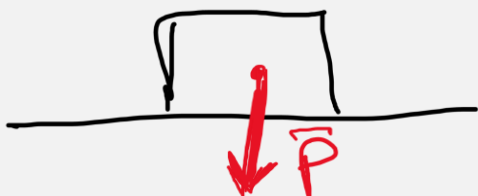


**PESO:** grandezza vettoriale.

**MASSA:** grandezza scalare,  
caratteristica del corpo, il cui valore non  
dipende dalla posizione di altri oggetti  
che gli sono attorno.

$$\vec{P} = m \vec{g}$$

La FORZA PESO (o PESO) è  
la forza relativa all'attrazione  
gravitazionale esercitata dalla  
Terra sui corpi in vicinanza  
della superficie terrestre; è  
diretta secondo la verticale  
(direzione) ed orientata  
verso il basso (verso).

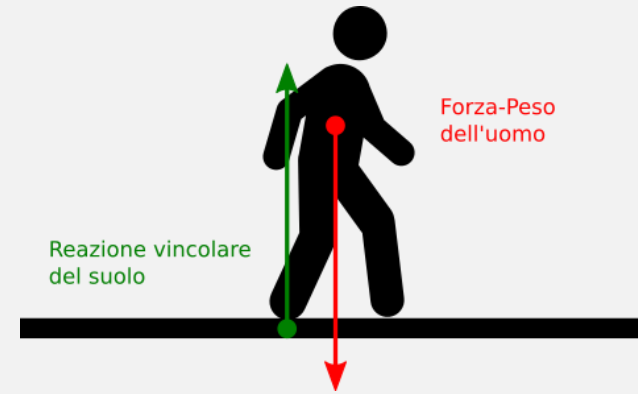
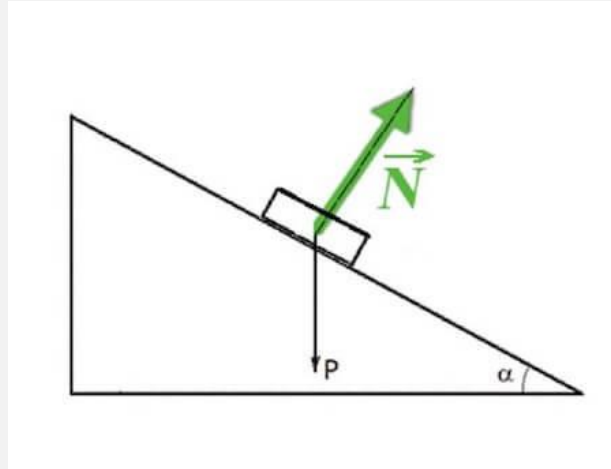
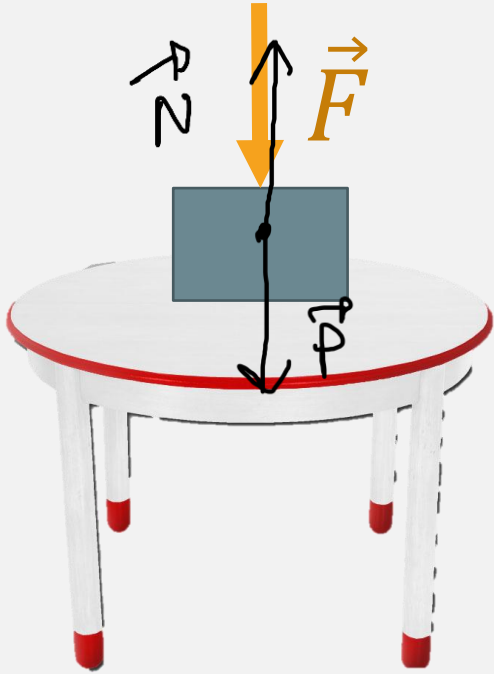


# ESEMPI DI FORZE

## REAZIONE VINCOLARE (O FORZA NORMALE)

$\vec{R}_2$

$\vec{N}$



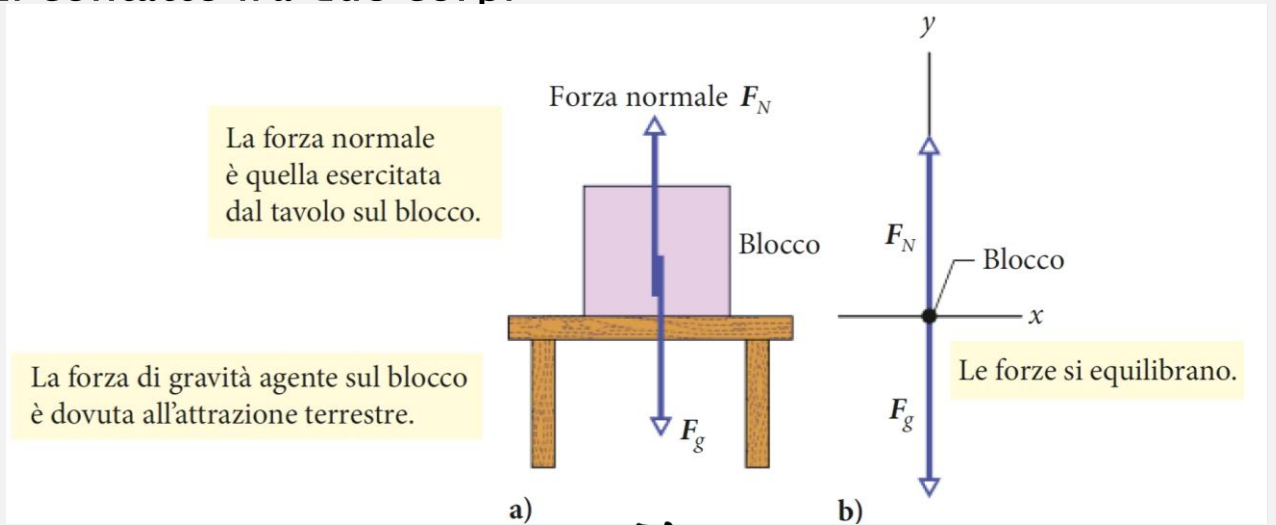
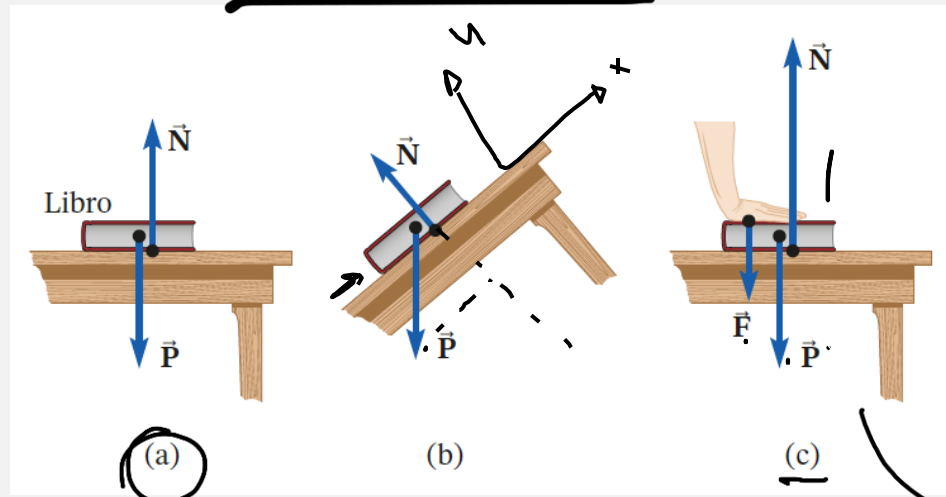
I vincoli cui è soggetto il corpo possono esercitare essi stessi delle forze.  
L'azione del vincolo è rappresentata da una forza detta reazione vincolare.

# ESEMPI DI FORZE

## REAZIONE VINCOLARE (O FORZA NORMALE)

### FORZA VINCOLARE DI APPOGGIO

Forza che agisce perpendicolarmente alla superficie di contatto fra due corpi



La forza normale ha sempre direzione perpendicolare alla superficie di contatto e la sua intensità può essere ricavata solo dopo aver analizzato tutte le altre forze in gioco

la **reazione vincolare** è sempre **ortogonale** alla superficie che costituisce il vincolo ed è uscente da essa

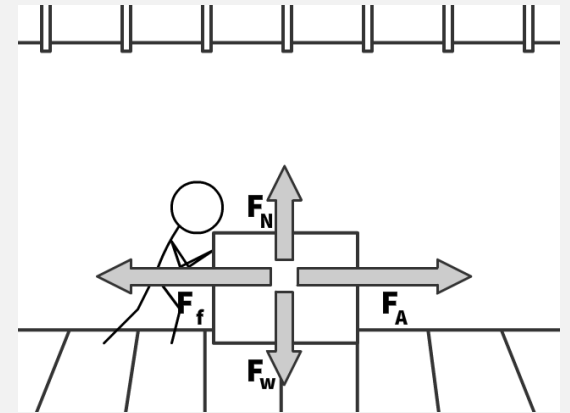
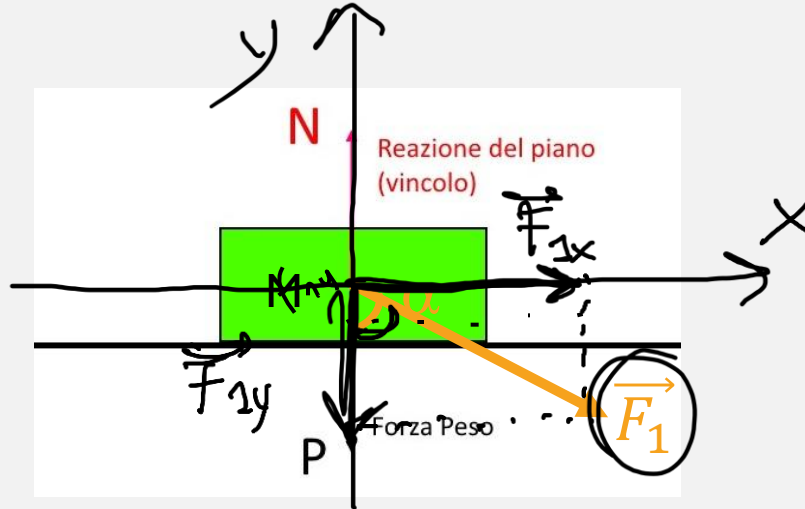
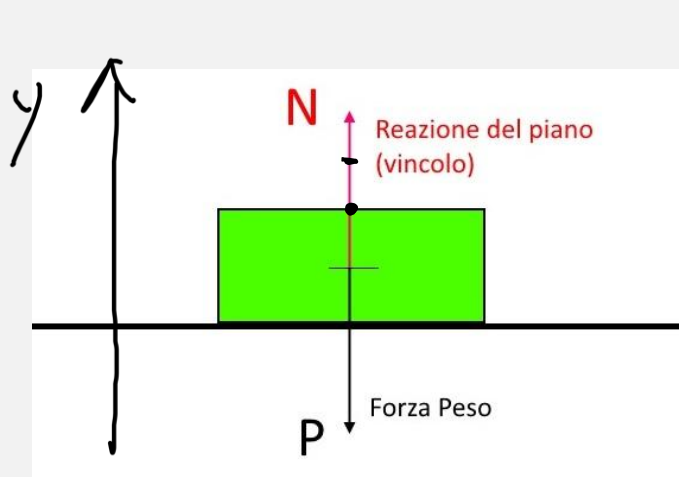
$\sum \vec{F} = 0$  EQUILIBRIO

# ESEMPI DI FORZE

## REAZIONE VINCOLARE (O FORZA NORMALE)

### FORZA VINCOLARE DI APPOGGIO

Forza che agisce perpendicolarmente alla superficie di contatto fra due corpi



Il corpo è in equilibrio, quindi la somma delle forze che agiscono su di esso sarà pari a zero:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{N} + \vec{P} = 0$$

$$\vec{N} = -\vec{P}$$

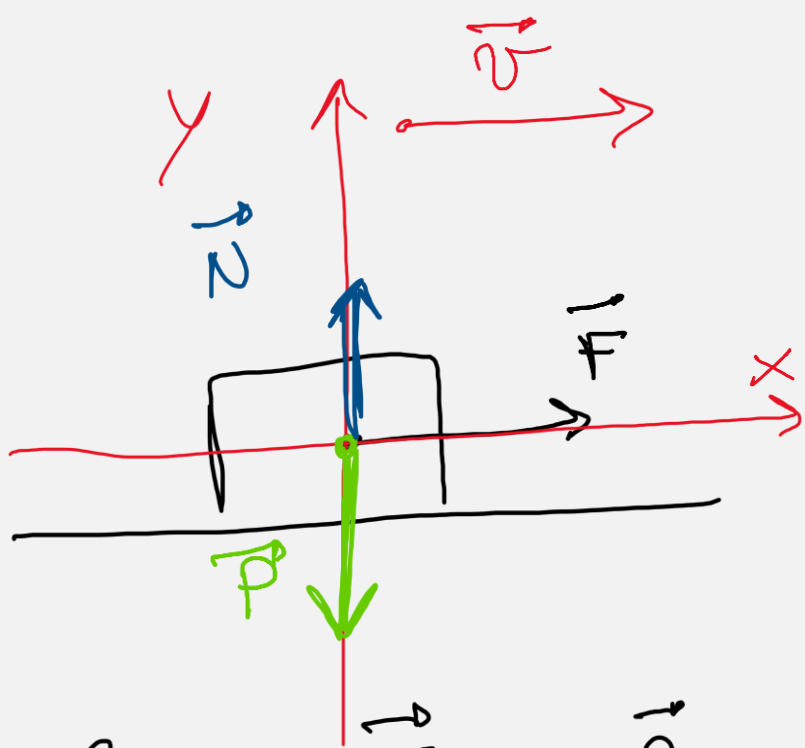
$$\vec{N} = -m\vec{g}$$

Oltre alla forza peso, c'è una forza esterna  $\vec{F}_1$  che è obliqua e forma un angolo  $\alpha$  con l'asse verticale:

Se il corpo è in equilibrio, la reazione vincolare sarà data dalla somma di forza peso e componente verticale di  $\vec{F}_1$ :

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$|\vec{N}| = F_1 \cos \alpha + P$$



$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\mu = 0$$

$$F = 2 \text{ N}$$

$$a = ?$$

$$N = ?$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

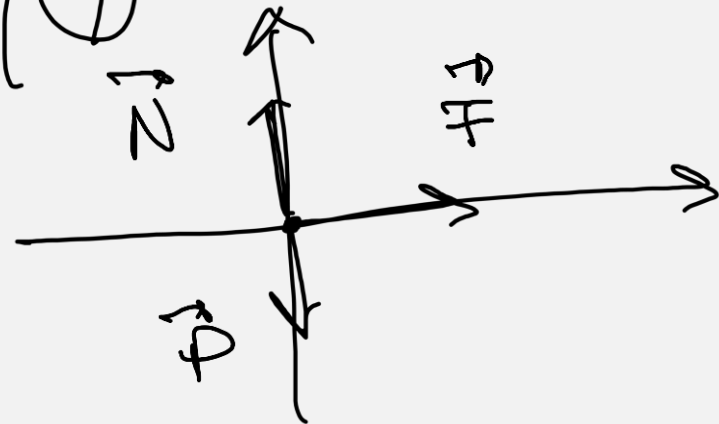
①

$$\underbrace{\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}}_{\sum \vec{F}} = m \cdot \vec{a}$$

②

$$\textcircled{3} \begin{cases} \textcircled{x} : F = m \cdot a_x \\ \textcircled{y} : \vec{P} + \vec{N} = m \cdot \cancel{a_y} = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} \textcircled{x} : F = m \cdot a_x \\ \textcircled{y} : -P + N = 0 \end{cases}$$



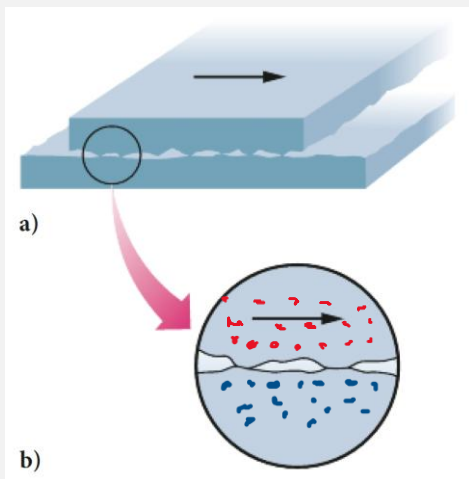
$$\begin{cases} a_x = \frac{F}{m} = \frac{2 \text{ N}}{1 \text{ kg}} = \underline{\underline{2 \text{ m/s}^2}} \\ N = P = m \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N} \end{cases}$$

# ESEMPI DI FORZE

## FORZA DI ATTRITO STATICO

FORZE DI COESIONE

FORZE DI ADESIONE



Forza che agisce parallelamente alla superficie di contatto e si oppone al movimento di un corpo fermo rispetto alla superficie

Corpo su piano orizzontale sottoposto a una forza  $\vec{F}$  ma non si muove:  $\vec{F} = \vec{A}_S$

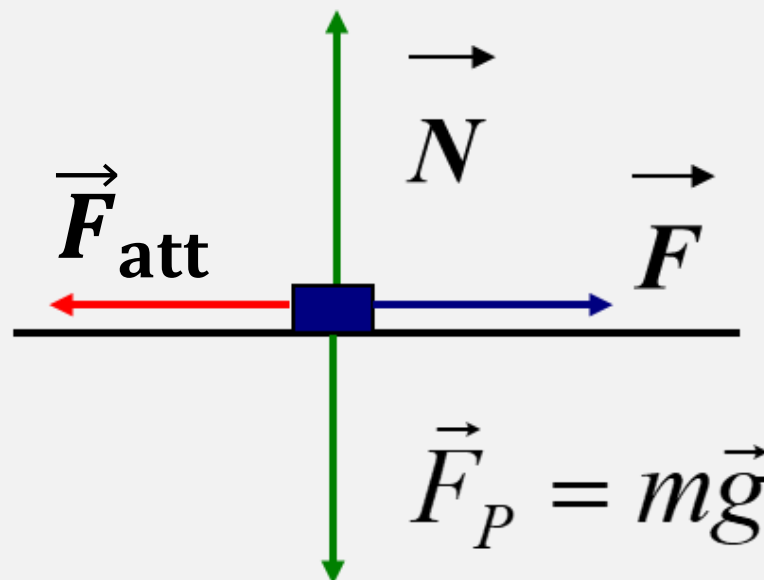
$$\vec{F} \leq \vec{F}_{att\ max} = \mu_s \vec{F}_P = \mu_s \vec{N}$$

Piano di appoggio orizzontale:

$$|\vec{F}_P| = |\vec{N}| = mg \quad \vec{F}_P = -\vec{N}$$

$$F_{att} = \mu_s N$$

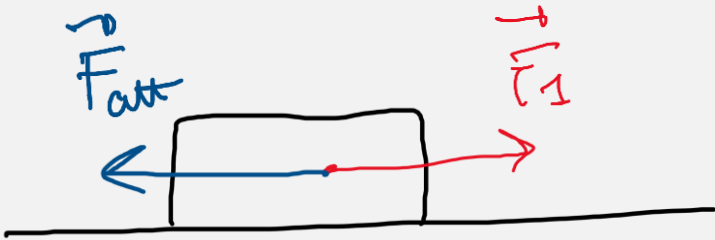
$$0 \leq \vec{F}_{att} \leq \mu_s \cdot N$$



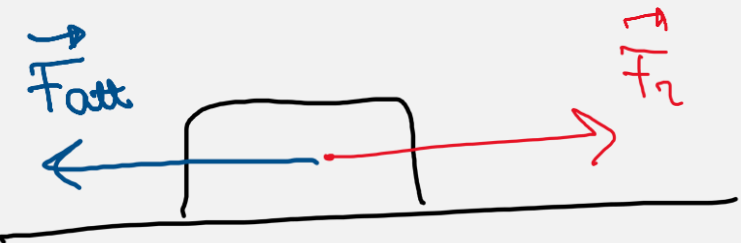


$$\text{QUIETE} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

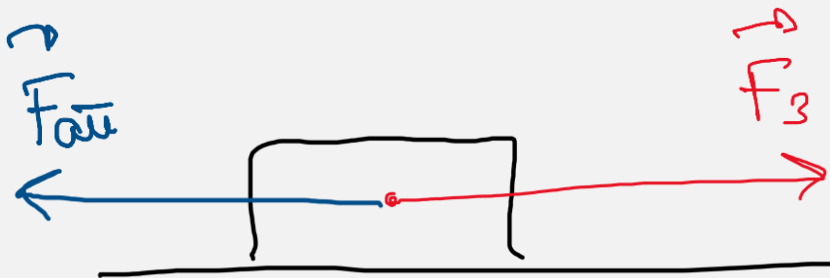
$$F_{\text{att}} = \boxed{0}$$



$$F_{\text{att}} = F_1$$



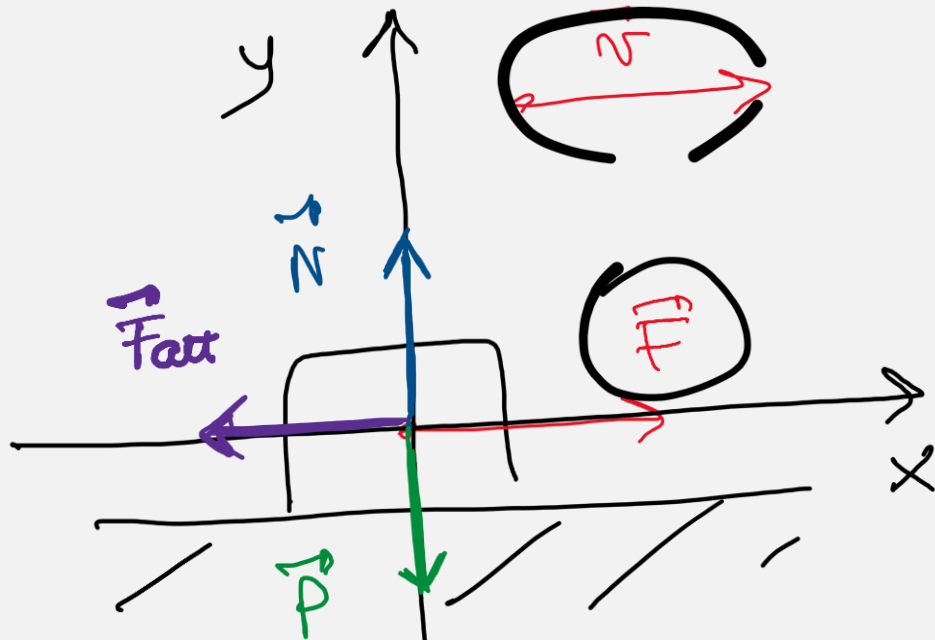
$$F_{\text{att}} = F_2$$



$$F_{\text{att}} = F_3$$

LIMITE !!!

$$\mu_s \cdot N = F_{\text{att max}}$$



$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\mu_s = 0.5$$

$$F = 12 \text{ N}$$

$$\vec{a} = ?$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{att}} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$\boxed{\vec{F}_{\text{att}} = \mu_s \cdot \vec{N}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x}: \vec{F} + \vec{F}_{\text{att}} = m \cdot \vec{a}_x \\ \textcircled{y}: \vec{P} + \vec{N} = m \cdot \vec{a}_y = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} - F_{\text{att}} = m \cdot a_x \\ -P + N = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} - (\mu_s \cdot N) = m \cdot a_x \\ N = P = m \cdot g = 1 \cdot 10 = 10 \text{ N} \end{array} \right.$$

$$a_x = \frac{F - (\mu_s \cdot N)}{m} = \frac{12 - (0.5 \cdot 10)}{1} = \underline{\underline{7 \text{ m/s}^2}}$$

# ESEMPI DI FORZE

## FORZA DI ATTRITO STATICO

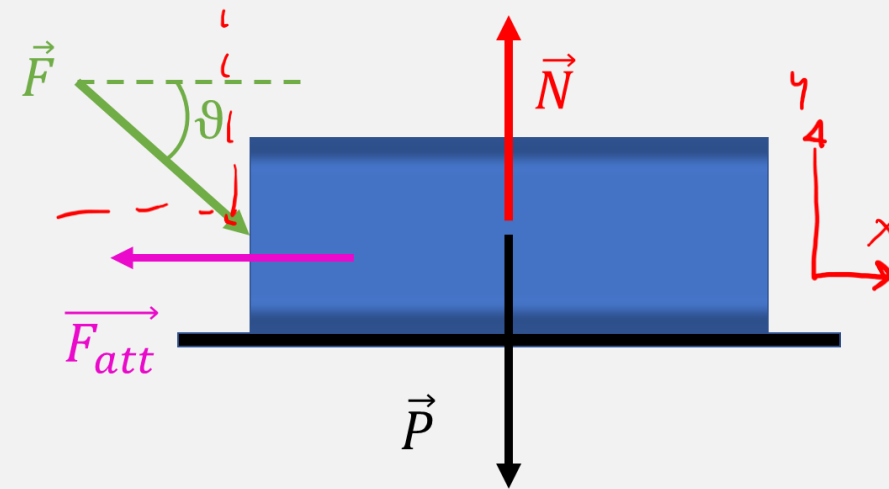
Equilibrio  $\rightarrow$  la risultante delle forze è pari a 0  $\sum \vec{F} = 0$

Lungo l'asse x  $\rightarrow$  componente della forza peso orizzontale ( $F \cos \theta$ ) e forza di attrito ( $\vec{F}_{att}$ )

$$\underline{F \cos \theta} - F_{att} = 0$$

Lungo l'asse y  $\rightarrow$  reazione vincolare e componente della forza peso ~~peso~~ verticale ( $F_g \sin \theta$ ):

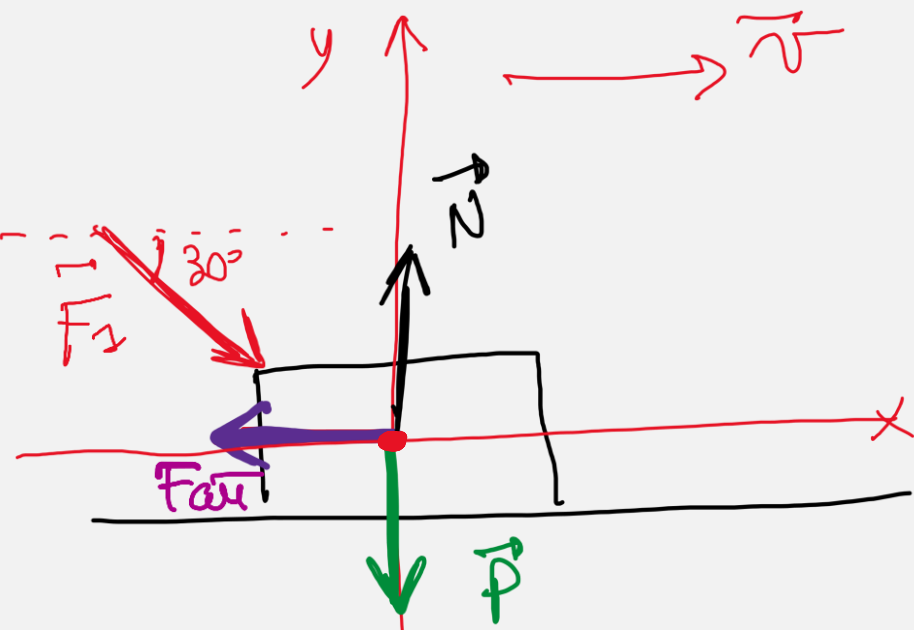
$$mg + F \sin \theta - N = 0 \rightarrow F \sin \theta + mg = N$$



$$\sum F_x = m a_x = 0$$

$$\sum F_y = m a_y = 0$$

$$\mu_s = \frac{F_{att}}{N} \quad \mu_s = \frac{F \cos \theta}{F \sin \theta + mg}$$

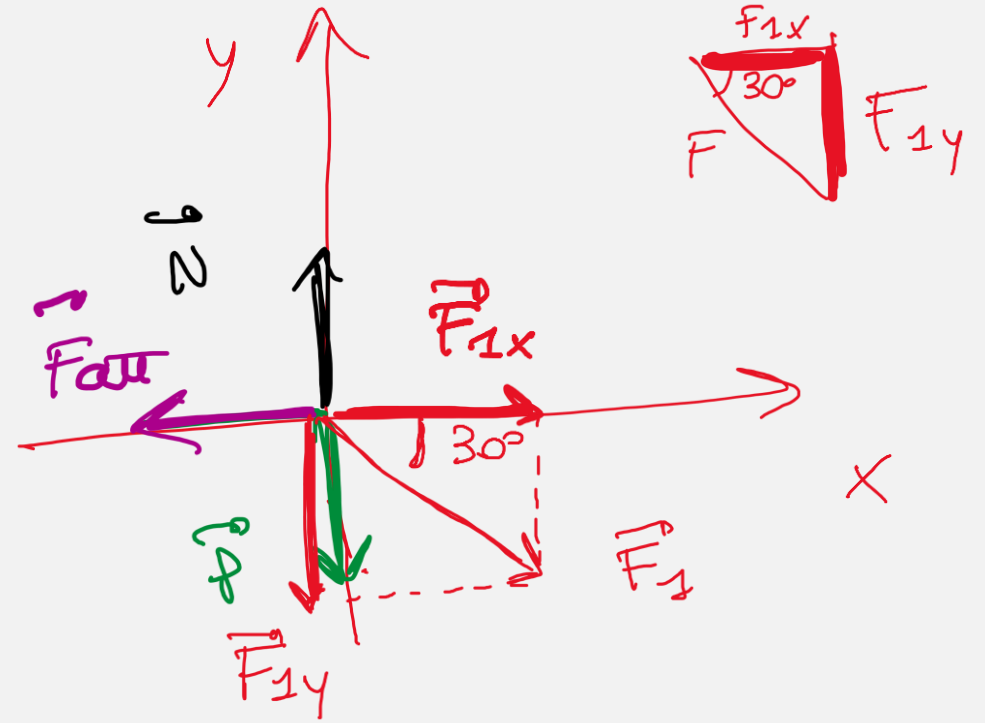


$$m = 20 \text{ kg}$$

$$\mu_s = 0.5$$

$$\vec{a} = 0$$

$$\vec{F}_1 = ?$$



$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad \vec{N} + \vec{F}_{atu} + \vec{P} + \vec{F}_1 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : F_{1x} + F_{atu} = 0 \\ \textcircled{y} : N + P + F_{1y} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : F_1 \cos 30^\circ = \mu \cdot N \\ \textcircled{y} : N = P + (F_1 \cdot \sin 30^\circ) \end{array} \right.$$

$$\textcircled{x} : F_1 \cos 30^\circ = \mu \cdot N$$

$$\textcircled{y} : N = P + (F_1 \cdot \sin 30^\circ)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : F_1 \cos 30^\circ - (\mu \cdot N) = 0 \\ \textcircled{y} : N - P - (F_1 \sin 30^\circ) = 0 \end{array} \right.$$

$$\textcircled{y} : N - P - (F_1 \sin 30^\circ) = 0$$

$$F_1 \cos 30^\circ = \mu \cdot (P + F_1 \sin 30^\circ)$$

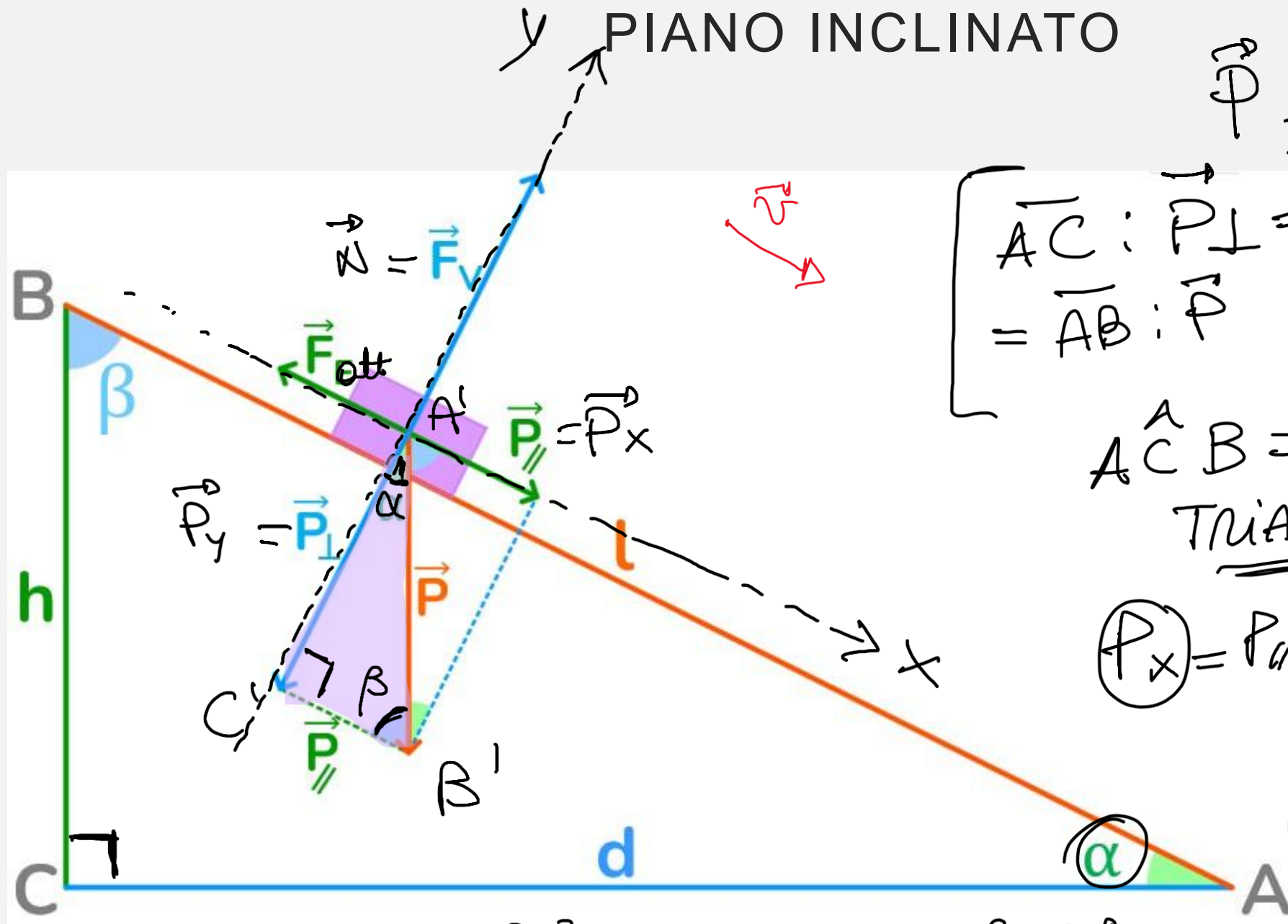
$$u$$

$$F_1 \cdot \cos 30^\circ = \mu \cdot P + \mu \cdot F_1 \cdot \sin 30^\circ$$

$$\underline{F_1} \cdot \cos 30^\circ - \mu \cdot \underline{F_1} \cdot \sin 30^\circ = \mu \cdot P$$

$$F_1 (\cos 30^\circ - \mu \cdot \sin 30^\circ) = \mu \cdot P$$

$$F_1 = \frac{\mu \cdot P}{\cos 30^\circ - \mu \cdot \sin 30^\circ} = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 10}{0,616} = \underline{\underline{162 \text{ N}}}$$



$$\left[ \begin{array}{l} \overline{AC} : \overrightarrow{P_{\perp}} = \overline{BC} : \overrightarrow{P_{\parallel}} \\ = \overline{AB} : \overrightarrow{P} \end{array} \right]$$

$$\hat{A}CB = \hat{A}'C'B = 90^\circ$$

TRIANGOLI simili

$$\textcircled{P_x} = P_{||} = P \cdot \sin \alpha = P \cdot \cos \beta$$

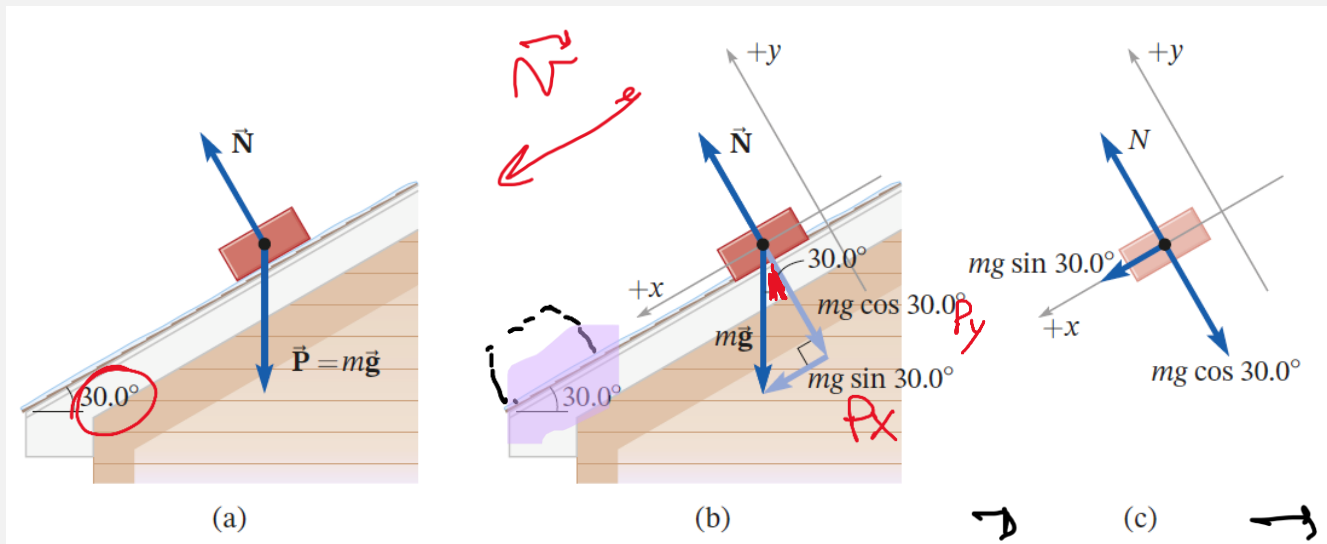
$$\textcircled{P_y} = P_{\perp} = P \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \beta$$

$$180^\circ \quad \alpha = 30^\circ \quad \beta = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ =$$



## Esempio

Un mattone con massa pari a 1 kg scivola sulla superficie ghiacciata di un tetto, inclinato di  $30^\circ$ . Se il mattone parte da fermo, che velocità avrà dopo 0.9s, quando cioè avrà raggiunto il bordo del tetto? Si trascuri l'attrito.



$$m = 1 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 0$$

$$v = ? \quad t = 0.9 \text{ s}$$

$$\begin{cases} \text{MRUA} \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \end{cases}$$

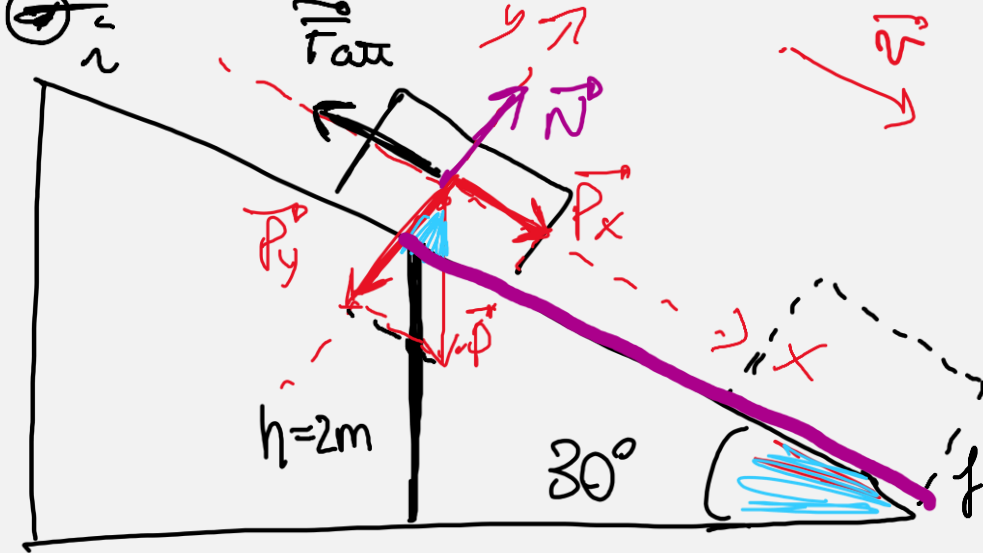
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$\begin{cases} \textcircled{x} : P_x = m \cdot a_x \\ \textcircled{y} : N - P_y = m \cdot a_y = 0 \end{cases}$$

$$a_x = \frac{P_x}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin 30^\circ}{m} = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$v = a \cdot t = 5 \cdot 0.9 = 4.5 \text{ m/s}$$



$$m = 0,1 \text{ kg}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h = 2 \text{ m}$$

$$v_0 = 2 \text{ m/s}$$

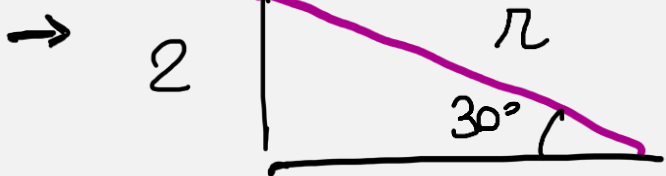
- ①  $v_f = ?$  (base, semelto attnito)  
 → ②  $v_f = ?$  (base,  $\mu = 0,2$ ) MRUA

$$\rightarrow \sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{att} = m \cdot \vec{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : \vec{F}_{att} + \vec{P}_x = m \cdot \vec{a}_x \\ \textcircled{y} : \vec{N} + \vec{P}_y = m \cdot \vec{a}_y = 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} : -(\mu \cdot N) + (P \cdot \sin 30^\circ) = m \cdot a_x \\ \textcircled{y} : N = P_y = P \cdot \cos 30^\circ = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ = \\ = 0,1 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ = 0,86 \text{ N} \end{array} \right.$$

$$a_x = \frac{-(\mu \cdot N) + (m \cdot g \cdot \sin 30^\circ)}{m} = \frac{-(0,2 \cdot 0,86) + (0,1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2})}{0,1} = 3,28 \text{ m/s}^2$$



$$r = \frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ m}$$

$$C = \frac{r}{r} \cdot \sin 30^\circ$$



MROA

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t \end{cases}$$

$$r_0 = 0$$

$$r = i$$

$$4 = 0 + 2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 3,28 \cdot t^2$$

$$1,64 t^2 + 2t - 4 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 26,24}}{3,28} = \begin{cases} t_1 = -2,28s \\ t_2 = 1,06s \end{cases}$$

$$v = 2 + 3,28 \cdot 1,06 = 5,47 \text{ m/s}$$

$$[v \quad \mu = 0,2]$$

②  $V_f ? \mu=0$

$$\begin{cases} \vec{P}_x = m \cdot \vec{a}_x \\ \vec{P}_y + \vec{N} = m \cdot \vec{a}_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{m} \cdot g \cdot \text{sen } 30^\circ = \cancel{m} \cdot a_x \\ N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 30^\circ \end{cases}$$

$$a_x = g \cdot \text{sen } 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$

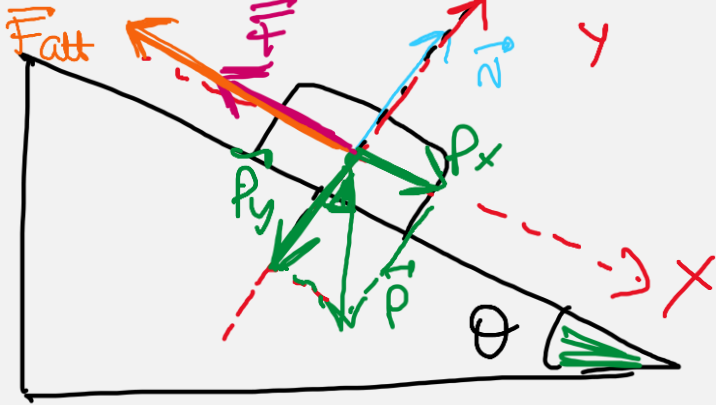
$$\vec{R} = \cancel{R_0} + \vec{V}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$h = 2 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot t^2$$

$$5t^2 + 4t - 8 = 0 \rightarrow \begin{matrix} t_1 = \cancel{-1,72 \text{ s}} \\ t_2 = 0,92 \text{ s} \end{matrix}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 t + \vec{a} t$$

$$V = 2 \cdot 0,92 + (5 \cdot 0,92) = 6,6 \text{ m/s}$$



$$m = 8 \text{ kg} \quad \mu_s = 0,25$$

$$\theta = 22^\circ \quad \mu_s = 0,15$$

$\vec{F} = ?$  che impedisce al corpo di cadere

$$\sum \vec{F} = 0$$

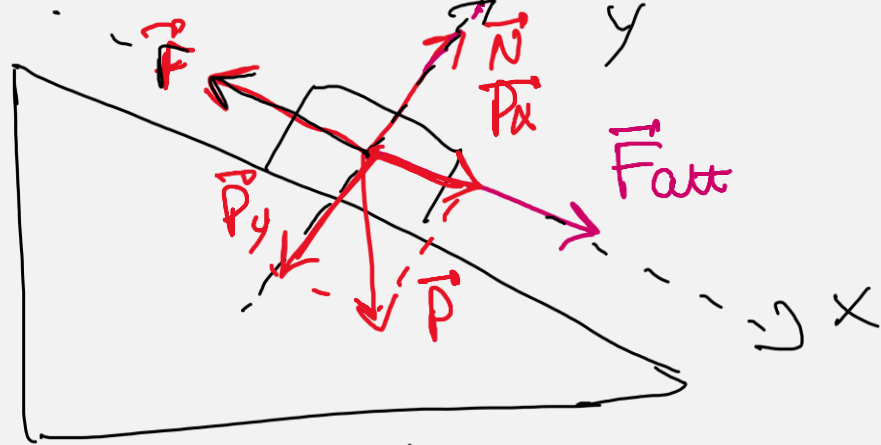
$$\vec{F}_{att} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{F} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x}: P_x + F_{att} + F = 0 \\ \textcircled{y}: N + P_y = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{x} m \cdot g \cdot \sin 22^\circ - (\mu_s \cdot N) - F = 0 \\ \textcircled{y} N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 22^\circ \end{array} \right.$$

$$F = m \cdot g \cdot \sin 22^\circ - (\mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos 22^\circ) = 8 \cdot 10 \cdot \sin 22^\circ - (0,25 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 22^\circ)$$

$$= 11 \text{ N}$$



$F?$  per far muovere il corpo  
 $\Sigma F = m \cdot a$

$$\Sigma \vec{F} \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma F = 0 \end{array} \right.$$

$$\vec{P} + \vec{F}_{att} + \vec{N} + \vec{F} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_x + \vec{F}_{att} + \vec{F} = 0 \\ \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_x - F + F_{att} = 0 \\ N = P_y = m \cdot g \cdot \cos 22^\circ \end{array} \right. ;$$

$$F = P_x + F_{att} = P \cdot \sin 22^\circ + \mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos 22^\circ = 8 \cdot 10 \cdot \sin 22^\circ + 0,25 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 22^\circ = \underline{\underline{67N}}$$

F? per mantenere il corpo in salita con  $\vec{v} = \text{cost}$  ( $\vec{a} = 0$ )

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P}_x + \vec{F}_{attD} + \vec{F} = 0 \\ \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} P_x + F_{attD} - F = 0 \\ N = P_y = P \cdot \cos 22^\circ \end{array} \right.$$

$$F = P_x + F_{attD} = m \cdot g \cdot \sin 22^\circ + (\mu_D \cdot m \cdot g \cdot \cos 22^\circ) =$$
$$= 8 \cdot 10 \cdot \sin 22 + (0,15 \cdot 10 \cdot 8 \cdot \cos 22^\circ) = \underline{\underline{39 \text{ N}}}$$

# ESEMPI DI FORZE

## FORZA ELASTICA

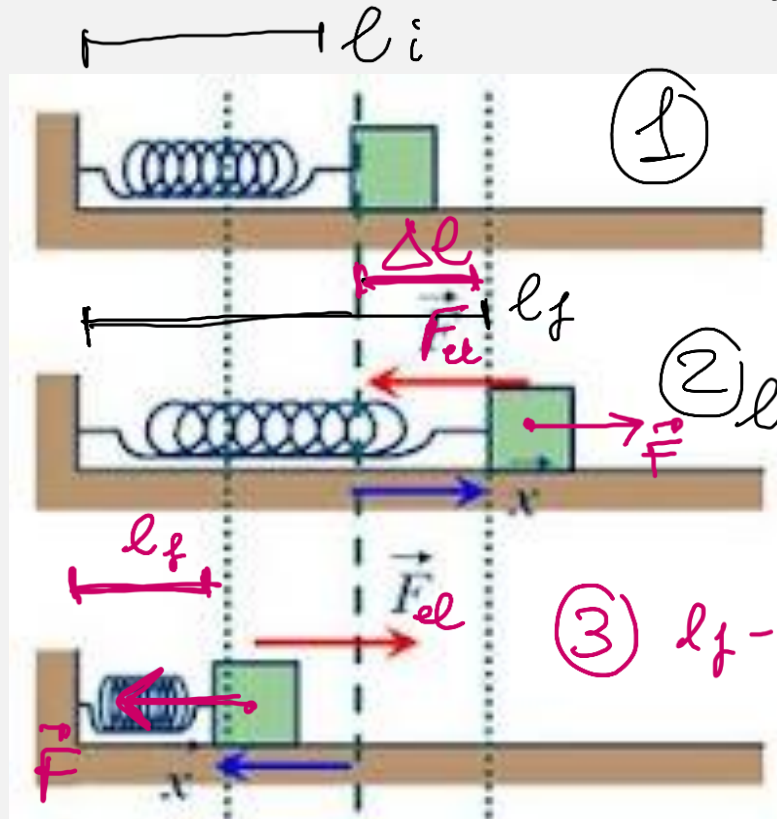
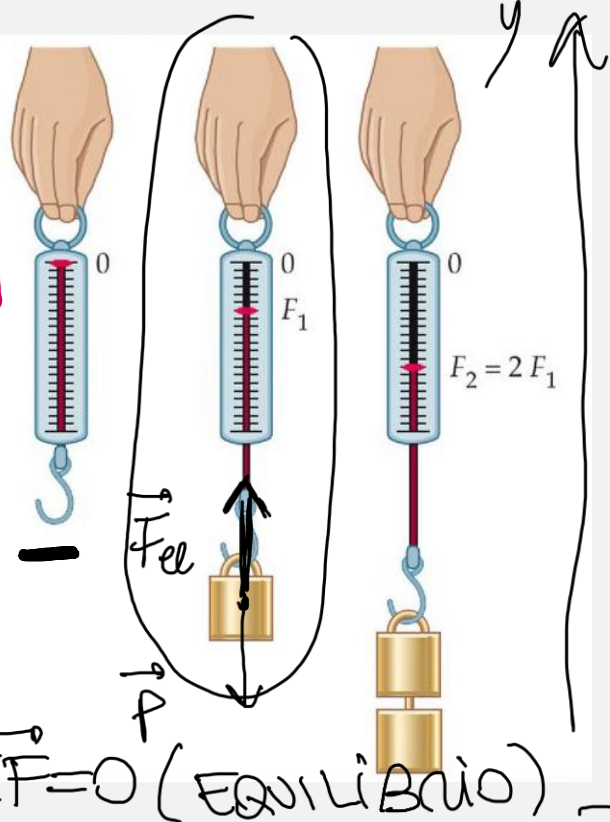
Oggetti  $\begin{cases} \text{Deformabili (molle, elastici)} \\ \text{Indeformabili (solido)} \end{cases}$

Solido : si oppone alla deformazione. È un materiale resistente

$\begin{cases} \text{Distanze intra-molecolare} \\ \text{Distanze inter-molecolare} \end{cases}$

Oggetto ideale per studiare le deformazioni: MOLLA  $\rightarrow$  oggetto alla cui estremità è possibile applicare una forza per farlo deformare

DINAMOMETRO



**FORZA ELASTICA** : reazione che la molla esercita sul corpo per effetto della sua deformazione. È detta anche FORZA DI RICHIAMO.

$$\vec{F}_{el} = -k \Delta \vec{x}$$

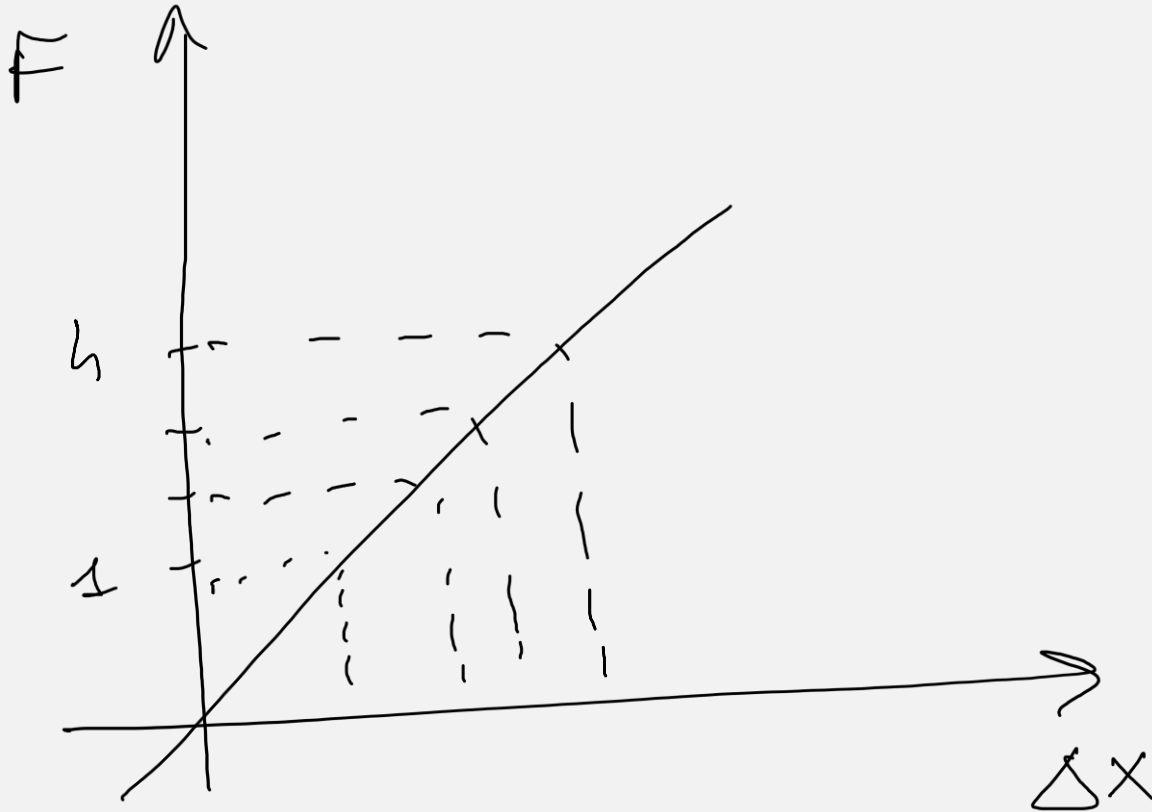
Legge di Hooke

$$\vec{F} + \vec{F}_{el} = 0 \quad \begin{aligned} F_{el} - P &= 0 \\ F_{el} = P &= m \cdot g \end{aligned}$$

# ESEMPI DI FORZE

## FORZA ELASTICA

L'allungamento prodotto dipende dalla forza applicata: proporzionalità diretta.



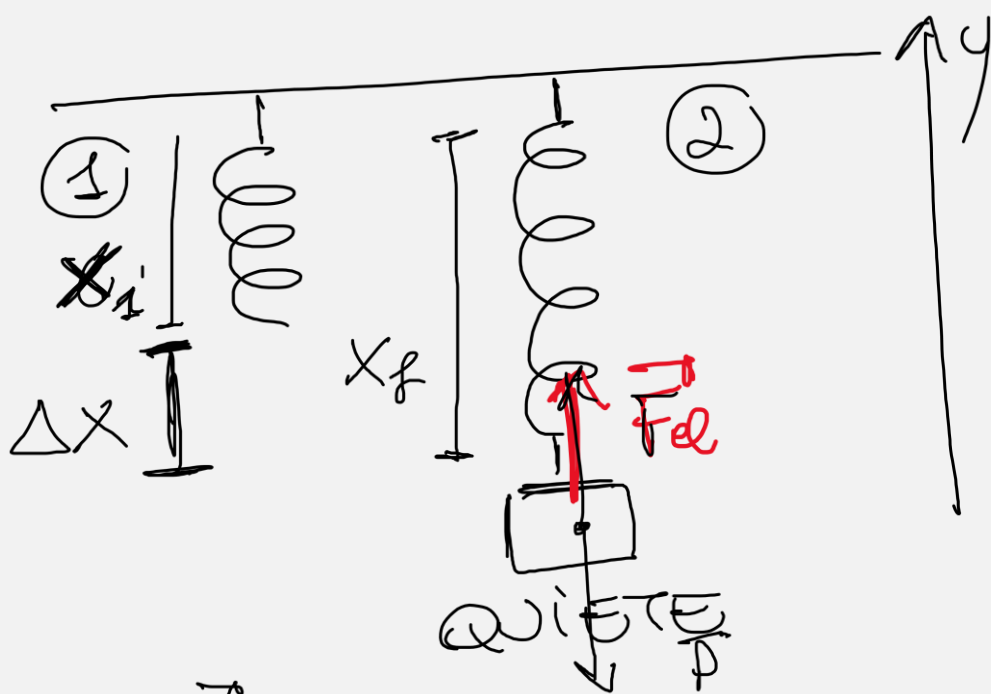
$$\vec{F}_{el} = -k\Delta x$$

Handwritten annotations below the equation: an arrow points from the 'F' in  $\vec{F}_{el}$  to a circled 'F', and another arrow points from the 'Δx' to a circled 'Δx'. Below these, the text 'g = m' is written with a circled 'm' and a cross, likely indicating a correction or clarification.

**Modulo:**  $F_{el} = -k \cdot \Delta x$

**Direzione:** direzione della deformazione

**Verso:** opposto allo spostamento  $\Delta x$



$$m = 1 \text{ kg}$$

$$K = 100 \text{ N/m}$$

$$\Delta x = ? \text{ (allungamento)}$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{P} + \vec{F}_{el} = 0$$

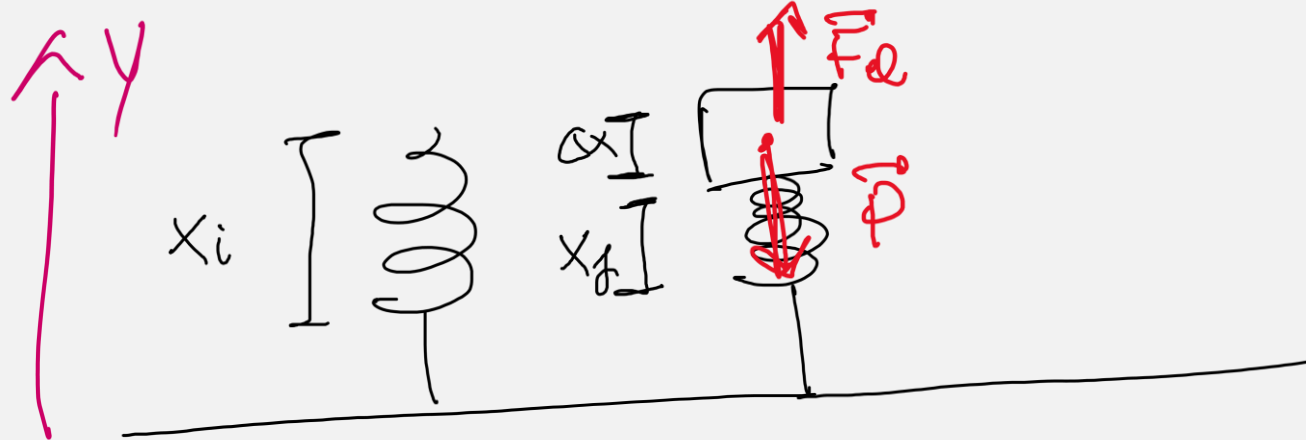
$$-P + F_{el} = 0$$

$$F_{el} = P$$

$$K \cdot \Delta x = m \cdot g$$

$$\Delta x = \frac{m \cdot g}{K} = \frac{1 \cdot 10}{100} = 0,1 \text{ m}$$





$$m = 2 \text{ kg}$$

$$\Delta x = 0,05 \text{ m}$$

$$k = ?$$

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\vec{F}_{el} + \vec{P} = 0 \quad F_{el} = P$$

$$k \cdot \Delta x = m \cdot g$$

$$k = \frac{m \cdot g}{\Delta x} = \frac{2 \cdot 10}{0,05} = 400 \text{ N/m}$$

# ESEMPI DI FORZE

## TENSIONE DELLE FUNI

La forza delle funi è di natura elastica: è detta TENSIONE.



Una fune esercita una reazione vincolare contraria alla forza applicata lungo la direzione e verso del filo.

$$\vec{F}_A = -\vec{T}_A$$

$$\vec{F}_B = -\vec{T}_B$$

Una fune supporta forze in tensione, ma non in compressione.



**Modulo:** dipende dalla forza applicata

**Direzione:** direzione della fune

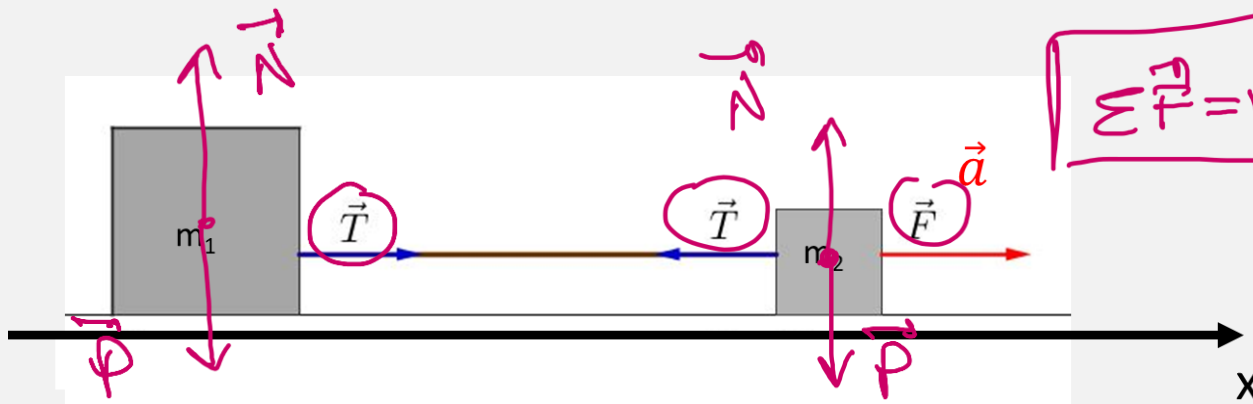
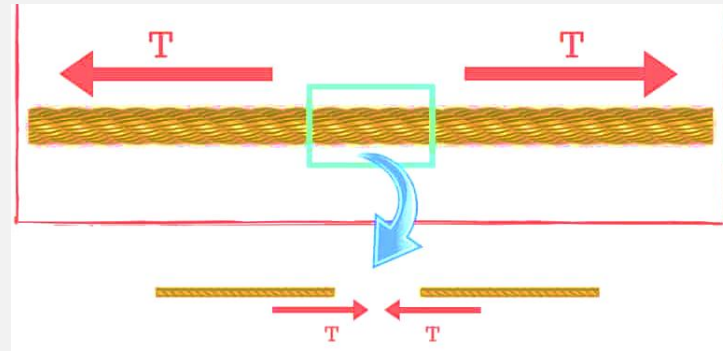
**Verso:** opposto a quello della forza applicata

# ESEMPI DI FORZE

## TENSIONE DELLE FUNI

### FUNI IDEALI:

- Massa trascurabile
- Inestensibili
- flessibili



Su  $m_1$  agiscono verticalmente forza peso e reazione vincolare, che si annullano  $\rightarrow$  la risultante verticale è pari a zero

Su  $m_1$  l'unica forza efficace è la tensione:

$$m_1 a = T$$

Su  $m_2$  agiscono verticalmente forza peso e reazione vincolare, che si annullano  $\rightarrow$  la risultante verticale è pari a zero

Su  $m_2$  agiscono  $\vec{F}$  e  $\vec{T}$ , che hanno verso opposto:

$$m_2 a = F - T$$

$$\sum \vec{F} = 0$$

Corpo in quiete

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

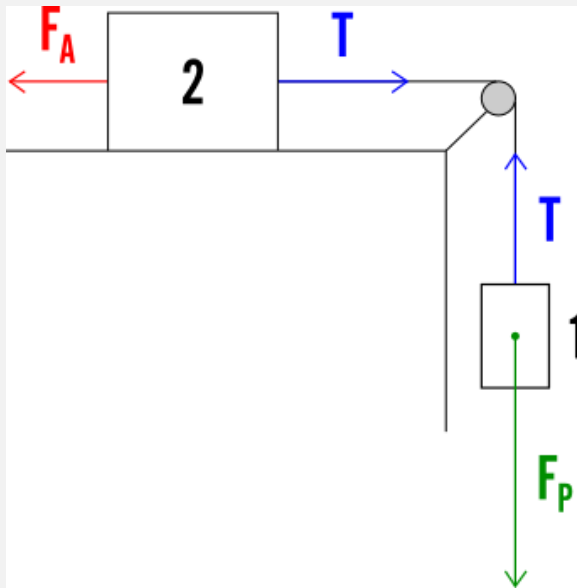
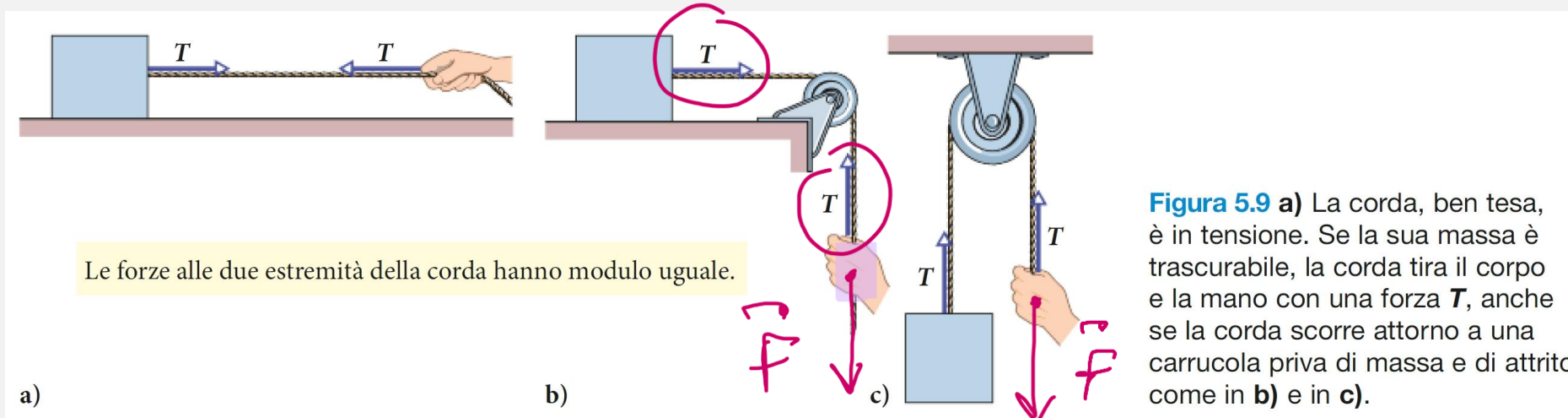
Corpo in movimento

- $m_1$  e  $m_2$ , collegate da una fune ideale.
- Su  $m_2$  è applicata una forza  $\vec{F}$  diretta verso destra.
- $m_1$  avrà una accelerazione  $\vec{a}_1$  e  $m_2$  avrà un'accelerazione  $\vec{a}_2$
- La fune è ideale: non si allunga/accorcia: *il sistema si muove in maniera solidale*  $\rightarrow$  **unica accelerazione per tutto il sistema**

# ESEMPI DI FORZE

## TENSIONE DELLE FUNI

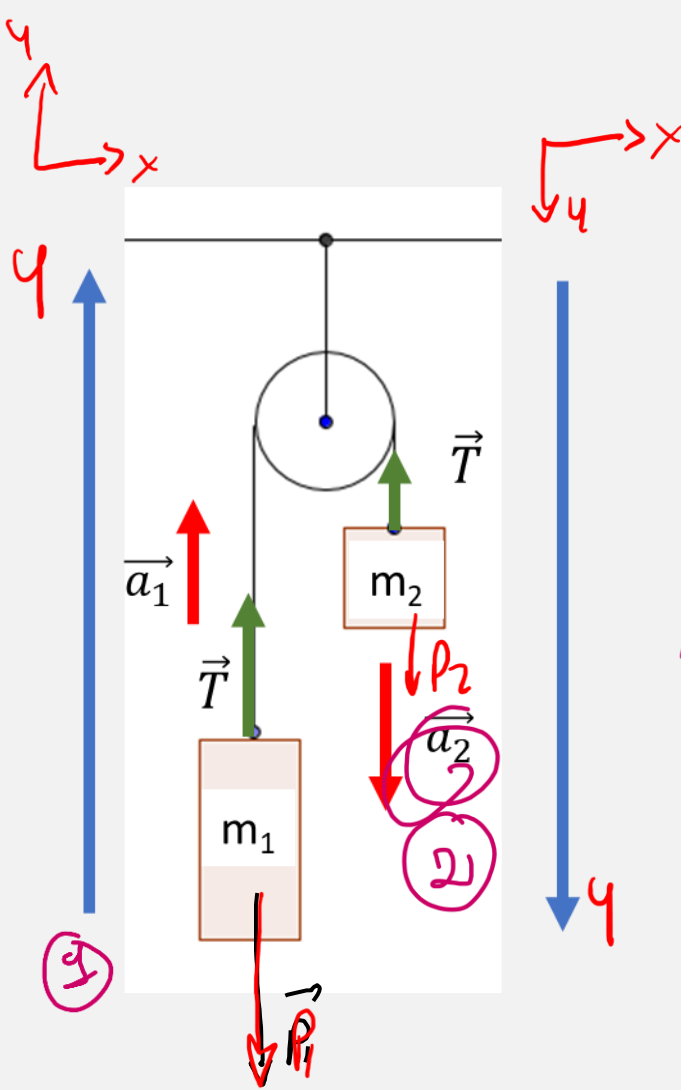
Utilizzando le carrucole è possibile modificare la direzione della tensione.



Se il sistema è in equilibrio, significa che il corpo 1 non è sufficientemente pesante per far muovere il corpo 2 (attrito)

$$\vec{T}_1 = \vec{T}_2$$
$$\vec{T}_1 \neq \vec{T}_2$$

# TENSIONE – CARRUCOLE



A una fune ideale sono sospese due masse ( $m_1$  e  $m_2$ )

$$\Sigma F_1 = m_1 a$$

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T - m_1 g & (1) \\ m_2 a_2 = m_2 g - T & (2) \end{cases}$$

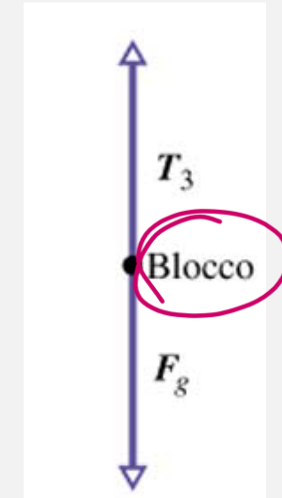
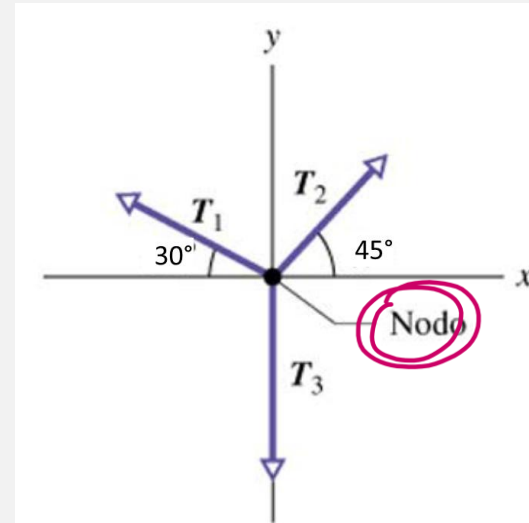
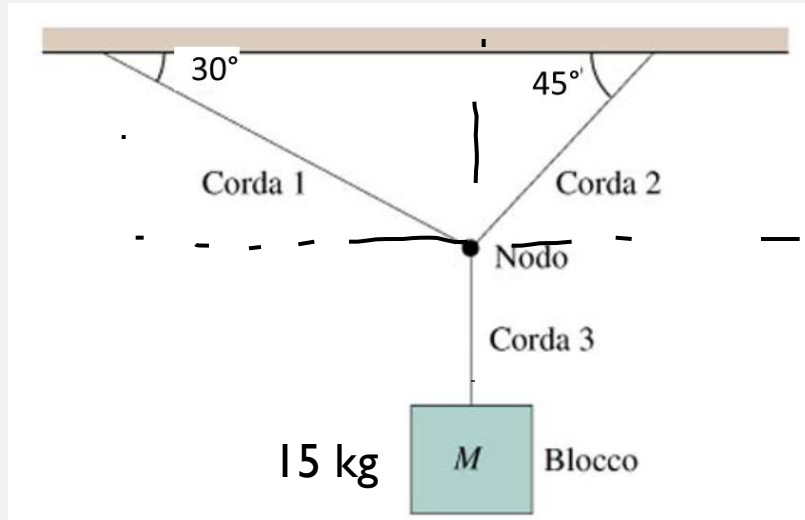
Essendo l'accelerazione in realtà unica,

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

Tre possibili situazioni:

1.  $m_1 = m_2$ : sistema in equilibrio, perché  $m_2 - m_1 = 0$ , quindi  $a = 0$
2.  $m_1 < m_2$ : la carrucola si muove nella direzione di  $m_2$
3.  $m_1 > m_2$ : sarà  $m_1$  a scendere  $\rightarrow$  l'accelerazione sarà  $< 0$

# TENSIONE



Il Sistema è in equilibrio: la sommatoria delle forze su ciascun elemento deve essere = 0  $\sum \vec{F} = 0$

Sul nodo:

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = m_N \vec{a}_N = 0$$

$$\begin{cases} T_{1x} + T_{2x} + T_{3x} = 0 \\ T_{1y} + T_{2y} + T_{3y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 45^\circ + 0 = 0 \\ T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 45^\circ - T_3 = 0 \end{cases}$$

Sul blocco:

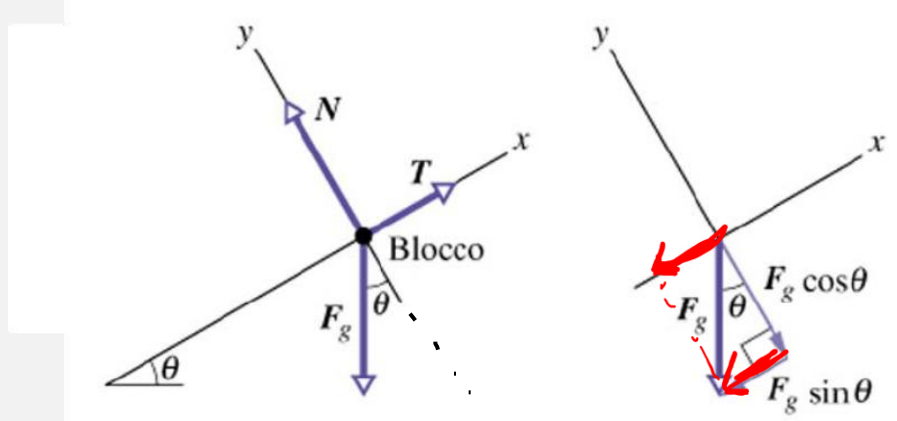
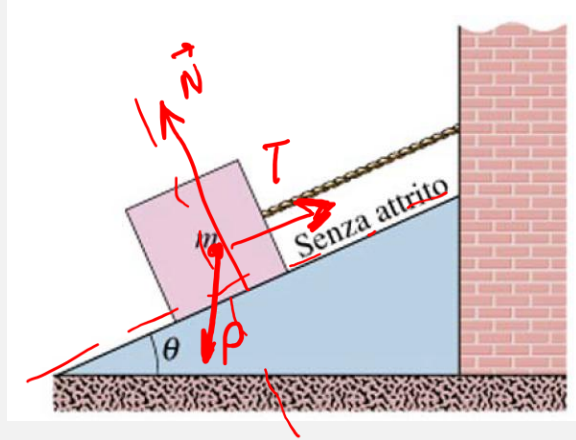
$$T_3 - mg = m a_y = 0$$

$$T_3 = mg = 15 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 147 \text{ N}$$

$$\begin{cases} -T_1 \cdot 0.87 + T_2 \cdot 0.7 + 0 = 0 \\ T_1 \cdot 0.5 + T_2 \cdot 0.7 - 147 \text{ N} = 0 \end{cases}$$

$$T_1 = 156.8 \text{ N} \quad T_2 = 98 \text{ N}$$

# TENSIONE



$$\theta = 30^\circ, m = 15\text{kg}$$

Determinare la tensione della fune e la reazione vincolare, sapendo che siamo in una situazione di equilibrio.

Equilibrio  $\rightarrow$  la risultante delle forze è pari a 0:  $\sum \vec{F} = 0$

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_g = m\vec{a} = 0$$

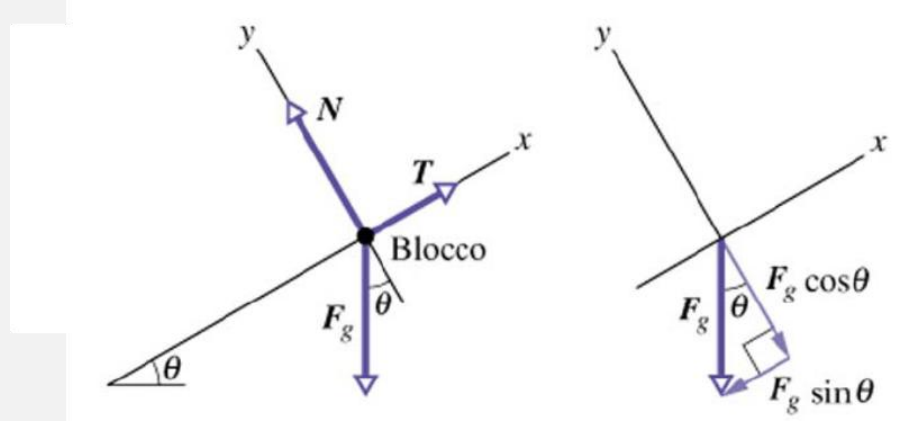
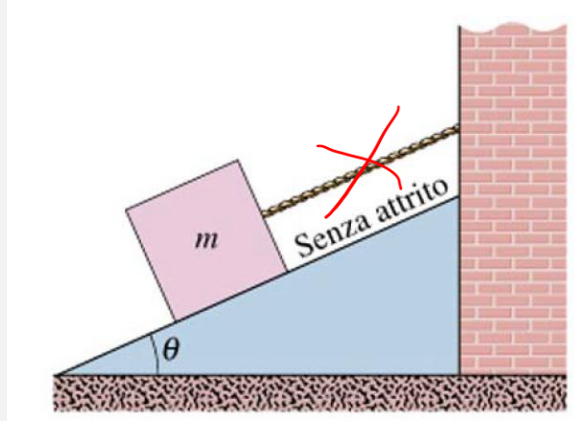
Lungo l'asse  $x \rightarrow$  tensione e componente della forza peso parallela al piano inclinato ( $F_g \sin \theta$ ):

$$T - mg \sin \theta = 0$$

Lungo l'asse  $y \rightarrow$  reazione vincolare e componente della forza peso ortogonale al piano inclinato ( $F_g \cos \theta$ ):

$$N - mg \cos \theta = 0$$

# TENSIONE



$$\theta = 30^\circ, m = 15\text{kg}$$

Determinare la tensione della fune e la reazione vincolare, sapendo che siamo in una situazione di equilibrio.

La fune si spezza: quanto vale l'accelerazione del blocco?

Lungo l'asse  $y$  la risultante è sempre pari a zero:  $N - mg \cos \theta = 0$

Lungo l'asse  $x$  scompare la tensione: l'unica componente che farà muovere il corpo è  $mg \sin \theta$

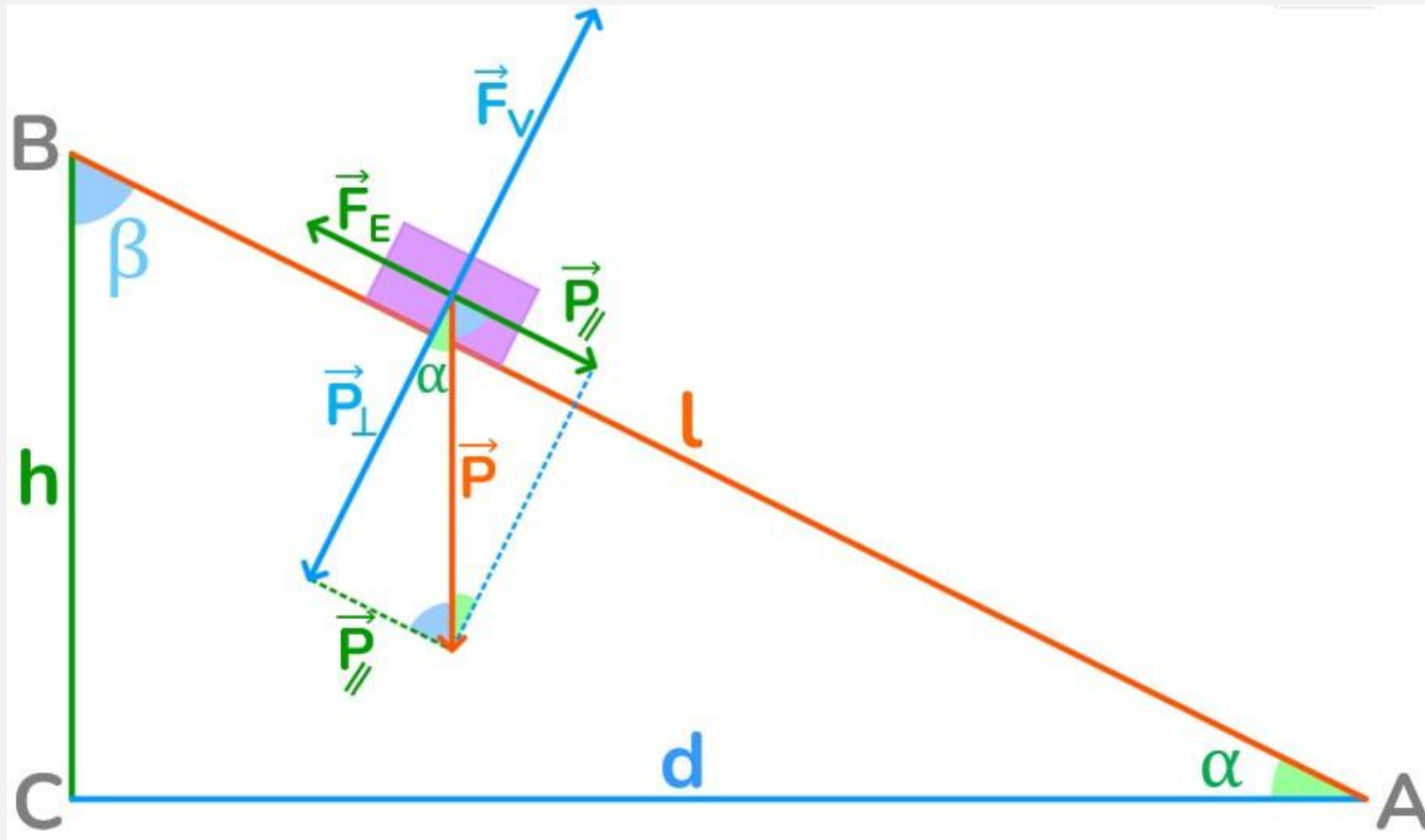
$$mg \sin \theta = ma$$

$$a = g \sin \theta$$

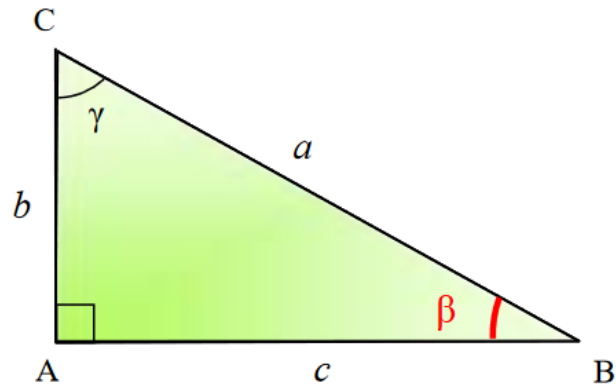
Valore dell'accelerazione



# PIANO INCLINATO



# PIANO INCLINATO



$$\sin \beta = \frac{b}{a} \rightarrow b = a \cdot \sin \beta \quad \text{e} \quad a = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$\cos \beta = \frac{c}{a} \rightarrow c = a \cdot \cos \beta \quad \text{e} \quad a = \frac{c}{\cos \beta}$$

$$\tan \beta = \frac{b}{c} \rightarrow b = c \cdot \tan \beta \quad \text{e} \quad c = \frac{b}{\tan \beta}$$

$$\cot \beta = \frac{c}{b} \rightarrow c = b \cdot \cot \beta \quad \text{e} \quad b = \frac{c}{\cot \beta}$$

$$\sin \gamma = \frac{c}{a} \rightarrow c = a \cdot \sin \gamma \quad \text{e} \quad a = \frac{c}{\sin \gamma}$$

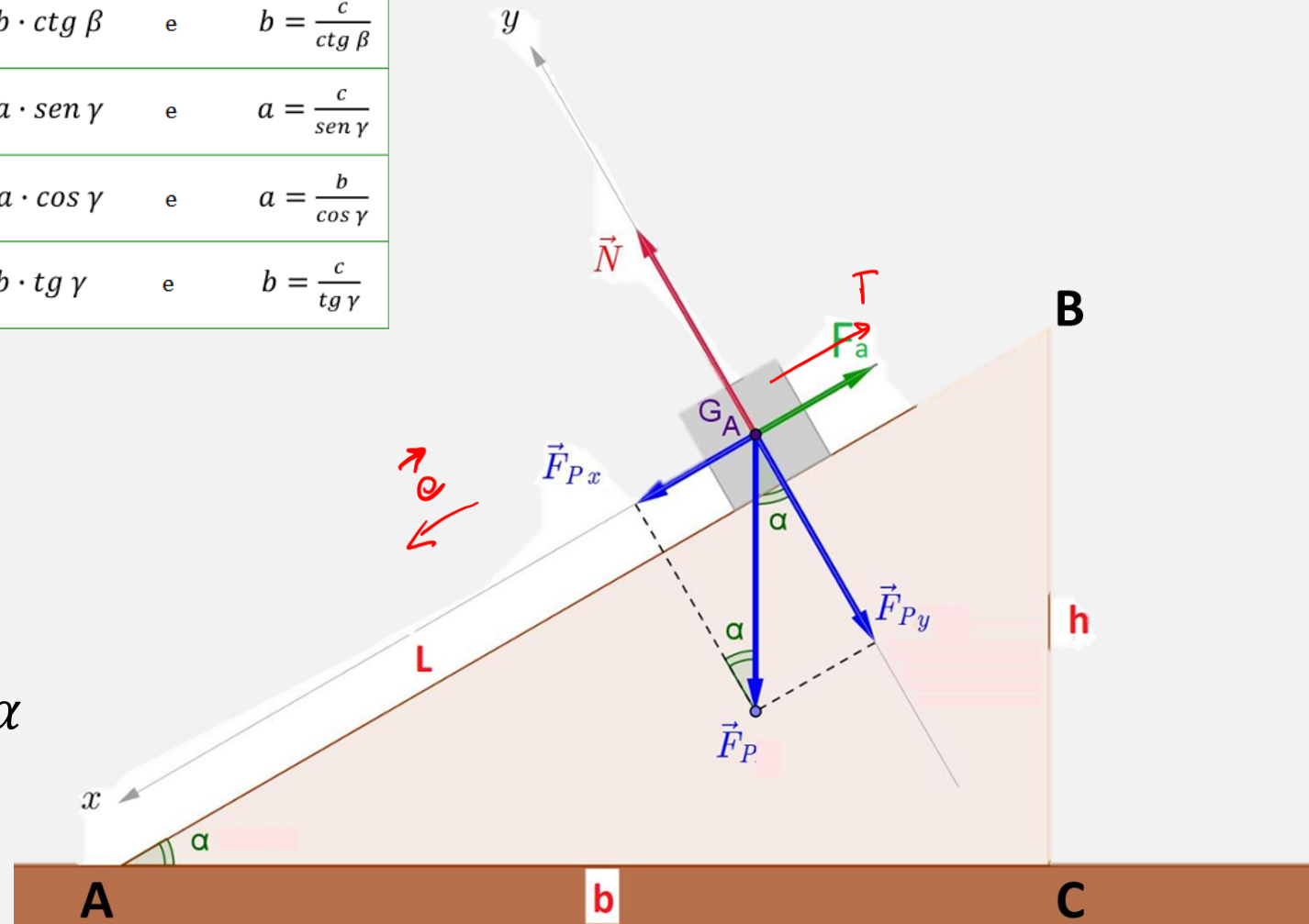
$$\cos \gamma = \frac{b}{a} \rightarrow b = a \cdot \cos \gamma \quad \text{e} \quad a = \frac{b}{\cos \gamma}$$

$$\tan \gamma = \frac{c}{b} \rightarrow c = b \cdot \tan \gamma \quad \text{e} \quad b = \frac{c}{\tan \gamma}$$

$$F_{Px} = F_P \sin \alpha$$

$$F_{Py} = F_P \cos \alpha = N$$

$$F_a = \mu_S N = \mu_S F_P \cos \alpha = \mu_S m g \cos \alpha$$



# PIANO INCLINATO

## CASO SENZA ATTRITO

$$F_{Px} = F_P \sin \alpha$$

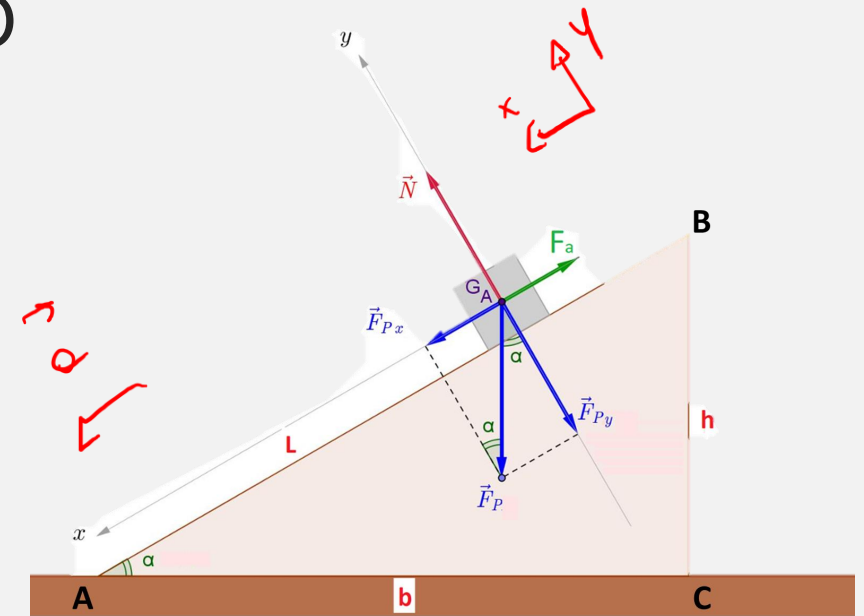
$$ma = F_{Px} = mg \sin \alpha \rightarrow a = g \sin \alpha$$

## CASO CON ATTRITO

$$F_a = \mu_D N = \mu_D F_P \cos \alpha = \mu_D mg \cos \alpha$$

$$ma = F_{Px} - F_a = mg \sin \alpha - \mu_D mg \cos \alpha$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu_D \cos \alpha)$$



## CASO IN EQUILIBRIO

$$\overset{F_{a_s}}{\mu_s \cancel{mg}} \cos \alpha = \overset{= F_{Px}}{\cancel{mg}} \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \mu_s \cos \alpha \rightarrow \mu_s = \tan \alpha$$

$$\downarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \uparrow$$

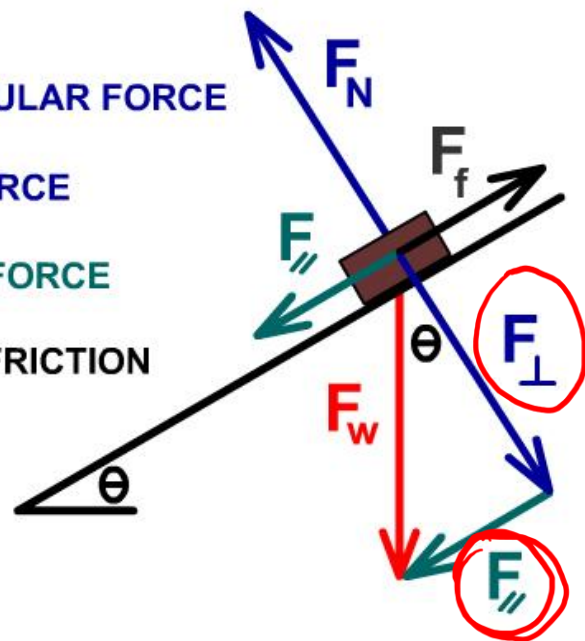
$F_w$  : WEIGHT

$F_{\perp}$  : PERPENDICULAR FORCE

$F_N$  : NORMAL FORCE

$F_{\parallel}$  : PARALLEL FORCE

$F_f$  : FORCE OF FRICTION



$F_w$  weight

$F_N$  normal force

$F_{\parallel}$  parallel force

